

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Jonathan Seiiti Miura

Análise da Rigidez Estrutural de um Fórmula SAE

São Paulo, Brasil

Dezembro 2017

Jonathan Seiiti Miura

Análise da Rigidez Estrutural de um Fórmula SAE

Trabalho de Conclusão de Curso do curso de Engenharia Mecatrônica. Apresentado à Universidade de São Paulo, como parte das exigências para a obtenção do título de Engenheiro.

Universidade de São Paulo

Escola Politécnica

Departamento de Engenharia Mecatrônica e Sistema Mecânicos

Orientador: Newton Maruyama

São Paulo, Brasil

Dezembro 2017

Resumo

O presente trabalho é um estudo sobre a rigidez da estrutura construída pela Equipe Poli Racing de Fórmula SAE para o carro de 2017. Seu objetivo é determinar se essa rigidez é suficiente para a dinâmica do carro, pois se for flexível demais, a estrutura prejudica o acerto de suspensão e a manobrabilidade. Se ela for rígida demais, ela pode ter parte de seu peso removido sem comprometer o desempenho do carro.

Inicialmente, os diversos requisitos que o projeto deve atender são apresentados e uma revisão bibliográfica com trabalhos similares no contexto de Fórmula SAE é fornecida. Em seguida, o processo utilizado para escolher os tubos da estrutura baseado em métodos de otimização é mostrado. Em seguida, a análise usando o método dos elementos finitos permite a estimativa da rigidez da estrutura, assim como permite encontrar seus principais modos de vibrar. Por fim, os valores obtidos serão comparados com resultados de outros trabalhos para se concluir sobre a suficiência de rigidez da estrutura.

Por meio dessa análise, verificou-se a suficiência da rigidez da estrutura de 2017. Espera-se que esse trabalho possa ser usado nos próximos projetos para definir valores alvo de rigidez, assim como fornecerá valores de referência para a comparação.

Abstract

This text is a study on the stiffness of the tubular frame built by the Poli Racing Formula SAE Team for their 2017 car, and its goal is to evaluate whether its stiffness is sufficient for the vehicle dynamics. If the frame is too flexible, the maneuverability and the suspension tunability are negatively impacted. On the other hand, if it is too stiff, the frame can have some of its weight removed, losing some stiffness but without greater implications for the car.

First, this text discusses the multiple requirements a tubular frame must meet and provides a literature review on similar works in the context of Formula SAE. Next, it describes the choice for the best suited tube profiles for the frame using optimization techniques. Then, an analysis based on the finite elements method is made to compute the torsional stiffness of the frame and to visualize its main modes of vibration. Finally, the results are compared with similar texts in order to evaluate the tubular frame.

Through this analysis, the stiffness sufficiency was verified. This work is expected to be used as benchmark for future projects regarding the calculated values of stiffness and also serve as a reference for target stiffness estimation.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Nomenclatura dos tubos. Fonte: (SOUZA, 2015)	20
Figura 2 – Gabarito antropomórfico da regra T3.10. Fonte: (FORMULA..., 2016)	22
Figura 3 – Modelo massa-mola da transferência de carga. Fonte: (PINHEIRO, 2015).	28
Figura 4 – Rigidez relativa. Adaptado de (KERKHOVEN, 2008).	29
Figura 5 – Propriedades geométricas do tubo em função do diâmetro externo, D_i	36
Figura 6 – Sensibilidade da rigidez vs. D_i	38
Figura 7 – Sensibilidade da rigidez vs. t_i	38
Figura 8 – Incremento de diâmetro da estrutura otimizada.	40
Figura 9 – Incremento de espessura de parede da estrutura otimizada.	41
Figura 10 – Perfis de tubo utilizados por componente, Rodada 1.	43
Figura 11 – Perfis de tubo utilizados por componente, rodada 2.	44
Figura 12 – Perfis de tubos utilizados na estrutura.	46
Figura 13 – Teste de rigidez torcional em MEF, condições de contorno.	47
Figura 14 – Torção da estrutura, deslocamentos em Z.	48
Figura 15 – Sétimo modo de vibração.	50
Figura 16 – Oitavo modo de vibração.	51
Figura 17 – Nono modo de vibração.	51
Figura 18 – Décimo modo de vibração.	52
Figura 19 – Décimo primeiro modo de vibração.	52
Figura 20 – Décimo segundo modo de vibração.	53
Figura 21 – Tubo triangularizando o <i>cockpit</i>	53
Figura 22 – Torção com tubo triangularizando o bico.	54
Figura 23 – Torção sem tubo triangularizando o bico.	55
Figura 24 – Modelo massa-mola. Adaptado de (PINHEIRO, 2015).	57
Figura 25 – Diagrama de Bode dos modelos flexível e rígido subamortecidos.	59
Figura 26 – Diferença relativa entre modelos flexível e rígido.	60
Figura 27 – Diagrama de Bode dos modelos flexível e rígido criticamente amortecidos.	60

Lista de tabelas

Tabela 1	–	Dimensões mínimas dos tubos estruturais	21
Tabela 2	–	Propriedades mecânicas do aço	21
Tabela 3	–	Propriedades mecânicas do tubo redondo.	34
Tabela 4	–	Dimensões mínimas dos perfis de tubos	36
Tabela 5	–	Lista de perfis de tubos do algoritmo genético.	42
Tabela 6	–	Perfis de tubo utilizados	45
Tabela 7	–	Massas significativas de um fórmula SAE	49
Tabela 8	–	Resumo dos modos de vibrar	52
Tabela 9	–	Comparação estrutura com e sem o tubo	55

Lista de símbolos

σ_y	Tensão de escoamento
σ_u	Limite de resistência
E	Módulo de Young
A	Área da seção transversal de tubo
A_0	Área da seção transversal de tubo padrão
A_i	Área da seção transversal de tubo alternativo
A_{min}	Área mínima da seção transversal de tubo alternativo
I_{zz}, I_{yy}, J_x	Momentos de inércia de área
D	Diâmetro externo do tubo
D_0	Diâmetro externo de tubo padrão da regra
D_i	Diâmetro externo de tubo alternativo
D_{min}	Diâmetro externo mínimo de tubo
t	Espessura da parede de tubo
t_0	Espessura de parede de tubo padrão da regra
t_i	Espessura de parede de tubo alternativo
t_{min}	Espessura mínima de parede de tubo
t_{floor}	Piso de espessura mínima de parede de tubo
w_f	Bitola da dianteira
F	Força aplicada
τ	Momento aplicado
θ	Deslocamento angular
θ_f, θ_r	Deslocamento angular da dianteira/traseira
z_L, z_R	Deslocamento vertical na esquerda/direita

f	Frequência natural em Hz
ω	Frequência natural em rad/s
f_{obj}	Função objetiva
\vec{x}	Vetor de variáveis de <i>design</i>
S_i	Sensibilidade à i-ésima variável de <i>design</i>
k_b	Rigidez à torção da estrutura
k_f, k_r	Resistência à rolagem da suspensão dianteira/traseira
k_{susp}	Resistência à rolagem da suspensão
k_t	Rigidez total do modelo
K_{ratio}	Razão entre k_b e k_{susp}
k_{rel}	Rigidez relativa entre modelo flexível e modelo rígido
L_{el}	Comprimento dos elementos
K	Matriz de rigidez do sistema
C	Matriz de amortecimento do sistema
μ, λ	Componentes de inércia e rigidez do amortecimento de Rayleigh
M	Matriz de inércia do sistema
M_f, M_r, M	Inércias de rotação
m	massa total da estrutura
m_0	massa alvo da estrutura
G_K	Função de transferência do modelo flexível
G_∞	Função de transferência do modelo rígido
y	Saída do sistema
u	Entrada do sistema
ϵ	Diferença relativa entre modelo rígido e flexível seguindo norma \mathcal{H}_2

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Motivação	15
1.1.1	Descrição do problema	17
1.1.2	Objetivos	17
1.2	Metodologia	18
2	REQUISITOS DA ESTRUTURA	19
2.1	Segurança	19
2.2	Ergonomia	22
2.3	Custos e manufatura	22
2.4	Packaging	24
2.5	Dinâmica veicular	25
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	27
3.1	A influência da rigidez da estrutura na dinâmica veicular	27
3.1.1	Diminuição da resistência à rolagem	27
3.1.2	Alterações na cinemática	30
3.2	Valores base para a rigidez	30
4	ESCOLHA DOS TUBOS DA ESTRUTURA	31
4.1	Modelo de elementos finitos em MATLAB	31
4.2	Otimização	33
4.2.1	Variáveis de <i>design</i>	33
4.2.2	Teste de sensibilidades	37
4.2.3	Otimização - Método dos Gradientes	39
4.2.4	Otimização - Algoritmo Genético	41
5	ANÁLISE EM ELEMENTOS FINITOS	45
5.1	Modelo em Elementos Finitos	45
5.2	Análise de torção	46
5.3	Análise modal	48
5.3.1	Considerações	48
5.3.2	Resultados	50
5.4	Triangulação do bico	53
6	RIGIDEZ NA DINÂMICA	57

7	CONCLUSÃO	61
7.1	Revisão	61
7.2	Simulação multicorpos	62
7.3	Conclusões	63
	REFERÊNCIAS	65
	APÊNDICES	67
	APÊNDICE A – CÓDIGOS MATLAB	69

1 Introdução

1.1 Motivação

O Fórmula SAE é uma competição estudantil de design automotivo organizada pela SAE *international* que visa dar aos estudantes de engenharia a oportunidade de por em prática os conhecimentos adquiridos em aula. O objetivo das equipes participantes é projetar, construir e competir com um carro de corrida monoposto para pilotos amadores (ABOUT... ,). A competição teve sua origem em Austin, Texas, Estados Unidos em 1981. Conforme a competição crescia em popularidade, ela ganhou versões em outros países. Em ordem de criação, a competição conta com versões nos Estados Unidos, Reino Unido, Austrália, Japão, Brasil, Itália, Alemanha, Espanha, Áustria, Hungria e Índia.

A competição não é somente um lugar onde futuros engenheiros podem aplicar seus conhecimentos, mas também um ambiente onde novas tecnologias e conceitos são testados. Em 2010, a categoria de fórmulas elétricos foi introduzida e rapidamente cresceu em nível técnico. Um exemplo desse desenvolvimento é o carro de 2016 da *AMZ Racing*, da Suíça, que detêm o recorde de aceleração de 0 a 100 km/h com 1,513 segundos. Outro salto tecnológico importante para a competição foi a estreia da categoria de veículos autônomos (*Driverless*) no ano de 2017.

Para se determinar a equipe vencedora, os projetos são avaliados em diversas provas que são divididas entre duas categorias: estáticas e dinâmicas valendo um total de 1000 pontos (FORMULA... , 2016). Na primeira categoria, o carro é avaliado pela sua viabilidade como produto. Os eventos estáticos são compostos por três provas: *Design*, *Cost* e *Presentation*.

Design: Essa prova avalia o conhecimento dos projetistas sobre os fundamentos de seus respectivos projetos. Os juízes são engenheiros experientes que avaliam as escolhas feitas, a construção e o acabamento do protótipo. Vale 150 pontos.

Cost: Prova que avalia a documentação da fabricação do carro (*Bill of Materials*). A pontuação é dada de acordo com o menor custo de construção, pela precisão e clareza da documentação e pela descrição detalhada do processo de fabricação de um componente divulgado no dia da competição. Ao todo essa prova vale 100 pontos.

Presentation: Nessa prova a equipe deve apresentar seu veículo como um produto. Ela funciona como um *Business case*, onde a viabilidade comercial do carro no mercado brasileiro deve ser demonstrada. Vale 75 pontos.

Para pontuar bem nas provas estáticas, a equipe precisa demonstrar que entende a teoria relacionada ao projeto do carro em detalhes, que sabe por em prática esses conhecimentos e que consegue defender suas escolhas de projeto. Ela precisa mostrar que sabe documentar a fabricação e que entende do cenário econômico do mercado automobilístico brasileiro.

Nas provas dinâmicas os veículos são avaliados de acordo com o seu desempenho na pista. Essa etapa é composta por cinco provas: *Acceleration*, *Skid pad*, *Autocross*, *Endurance* e *Efficiency*.

Acceleration: Partindo do repouso o carro deve percorrer uma distância de 70 m numa reta. Essa prova mede a capacidade de aceleração longitudinal do carro. Vale 100 pontos.

Skid pad: Numa pista com formato de 8, o carro percorre duas volta no sentido horário e duas no anti-horário. Essa prova mede a capacidade de aceleração lateral do carro, ou seja, sua habilidade de fazer curvas fechadas com velocidade. Vale 75 pontos.

Autocross: Uma prova de 800 m com uma pista estreita composta por *slaloms*, curvas de raio constante, curvas fechadas e retas. Essa prova mede a manobrabilidade do carro. Vale 125 pontos.

Endurance: Uma prova de resistência de 22 km com pista estreita. O veículo não pode apresentar falhas durante todo o percurso. Vale 275 pontos.

Efficiency: Prova que premia os veículos que consumirem a menor quantidade de combustível durante o *Endurance*. Vale 100 pontos.

A pontuação de todas as provas dinâmicas com exceção do *Efficiency* é baseada no menor tempo. O melhor desempenho recebe a totalidade dos pontos da prova, os demais recebem um valor proporcional entre seu tempo, o menor e um limite superior.

Para pontuar bem nas provas dinâmicas, acima de tudo o carro precisa ser bem construído, pois se ele falhar durante uma corrida, a equipe zera a pontuação desta e ainda pode perder a chance de participar de outras provas devido ao tempo necessário para consertar o carro. Assumindo que ele termine todas as provas, o diferencial passa a ser um carro bem balanceado. Ele precisa ter boa aceleração longitudinal e lateral, boa manobrabilidade e baixo consumo de combustível. Porém, se for preciso focar em uma dessas qualidades, a manobrabilidade é a mais relevante. Isso porque, o *Endurance* e o *Autocross* são as provas que mais valem pontos e são compostos por pistas estreitas que favorecem carros menores e mais manobráveis.

1.1.1 Descrição do problema

A estrutura de um formula SAE é crucial para a qualidade do carro como um todo. Isso porque seu projeto deve cumprir diversos requisitos sem os quais o carro pode ter um desempenho ruim ou até mesmo ser impedido de competir por falta de segurança. Um fator importante para o desempenho do carro com relação à dinâmica veicular é a rigidez da estrutura.

Pode-se pensar na estrutura como sendo uma mola de torção que conecta os eixos dianteiro e traseiro. As cargas no eixo dianteiro são transmitidas para o eixo traseiro por meio da estrutura, e se ela for pouco rígida irá torcer significativamente. Isso altera como as cargas são distribuídas entre os eixos, podendo tornar o carro insensível a acertos da suspensão. Além disso, a cinemática de suspensão também pode ser prejudicada uma vez que a deformação da estrutura desloca os *hardpoints*. Portanto, uma estrutura rígida é desejável para um bom desempenho e segurança do carro.

Por outro lado, aumentar a rigidez da estrutura implica em reforços que aumentam a massa total do veículo. Isso também é indesejável para a dinâmica veicular, principalmente para carros de competição pois a inércia adicional torna o carro mais lento. Devido a este conflito entre aumentar a rigidez e diminuir a massa, o que o projetista deve buscar é justamente o balanço entre ambos. A estrutura deve ser o mais leve possível, contando que ela seja rígida o suficiente para que seja possível acertar a suspensão.

Para o projeto da suspensão, é comum e aceitável usar inicialmente um modelo de dinâmica veicular considerando a estrutura como sendo um corpo rígido. No entanto, a flexibilidade deve ser levada em consideração posteriormente para garantir que o comportamento do carro com uma estrutura flexível não seja demasiadamente diferente do modelo de corpo rígido.

1.1.2 Objetivos

Este trabalho, feito em conjunto com a Equipe Poli Racing de Fórmula SAE durante o ciclo de projeto de 2017, tem como objetivo mensurar o quanto a dinâmica veicular difere entre o modelo que assume o chassi como um corpo rígido e o modelo que considera sua flexibilidade. Caso essa diferença seja grande, a flexibilidade está prejudicando o desempenho e portanto os próximos projetos deverão buscar aumentar a rigidez da estrutura. Por outro lado, caso a diferença seja pequena, o desempenho é pouco afetado pela flexibilidade e uma redução de massa pode ser considerada.

Com essa análise, a Equipe Poli Racing terá um maior entendimento sobre a interação entre chassi e suspensão. O que levará a melhores projetos no futuro e a mais pontos nas provas de design da competição.

1.2 Metodologia

Inicialmente, a estrutura foi desenhada satisfazendo os requisitos da regra, de ergonomia e da posição das demais peças do carro dentro do programa *NX 11.0*. Os requisitos do projeto estão descritos no Capítulo 2 e a teoria por trás da influência da rigidez está no Capítulo 3.

Para aumentar a rigidez da estrutura sem impactar significativamente sua massa, foram utilizados métodos de otimização para recomendar quais perfis de tubo usar em cada componente. A descrição dos métodos e os resultados estão indicados no Capítulo 4.

Em seguida, a geometria da estrutura foi importada para o programa *Hypermesh* onde foi gerado o modelo em elementos finitos. Usando o programa *optistruct*, foram feitas simulações estáticas e dinâmicas da estrutura. A simulação estática fornece valores de rigidez torcional e a dinâmica fornece os principais modos de vibrar. Essa análise é descrita no Capítulo 5.

O Capítulo 6 explora a influência da rigidez da estrutura no comportamento dinâmico do veículo.

Por fim, o Capítulo 7 resume os resultados e apresenta as conclusões e aprendizados desse trabalho.

2 Requisitos da estrutura

Neste capítulo, os diversos requisitos do projeto da estrutura de um fórmula SAE são discutidos, assim como as soluções existentes. As regras citadas são baseadas na versão válida para o ano de 2017/2018 (FORMULA..., 2016).

Estruturas são um dos componentes mais importantes de um veículo de competição por exercerem diversas funções cruciais para o desempenho e segurança. Por conta disso o projetista deve estar atento a diversos requisitos. Entre eles:

- Segurança
- Ergonomia
- Custos e manufatura
- *Packaging*
- Dinâmica veicular

Nas próximas seções esses requisitos serão explicados em detalhes.

2.1 Segurança

Carros de competição estão sujeitos a diversos tipos de acidentes que vão desde colisões e capotamentos até incêndios. Justamente por isso, as regras da competição são exigentes quanto à segurança. Com relação a estrutura a regra exige que ela satisfaça diversos critérios visando proteger o piloto.

A estrutura padrão para um fórmula SAE é composta por tubos de aço. A regra T3.3 é específica quanto a presença de certos tubos, os quais definem um envelope que protege o piloto contra impactos frontais e laterais assim como capotamentos. Esses tubos são nomeados e definidos abaixo e ilustrados na Figura 1. Além disso, a estrutura precisa ser propriamente triangularizada nas laterais.

Main Hoop Barra de rolagem localizada ao redor, ou logo atrás do piloto. Protege o piloto em caso de capotamento.

Front Hoop Barra de rolagem localizada sobre as pernas do piloto e próxima ao volante.

Roll Hoops O *main hoop* e o *front hoop* são chamados gennericamente de *roll hoops*.

Roll Hoop Bracing Supports A estrutura que conecta a porção inferior do suporte de um *roll hoop* ao *roll hoop*.

Front Bulkhead Porção reta que define o plano dianteiro da estrutura e protege os pés do piloto.

Side impact zone Também chamada de *side impact structure* é a região lateral da estrutura que se estende do chão até uma altura de 350 mm e que liga o *front hoop* ao *main hoop*. É composta por no mínimo três tubos, um inferior, um superior e um diagonal ligando os dois e todos ligando os *hoops* entre si.

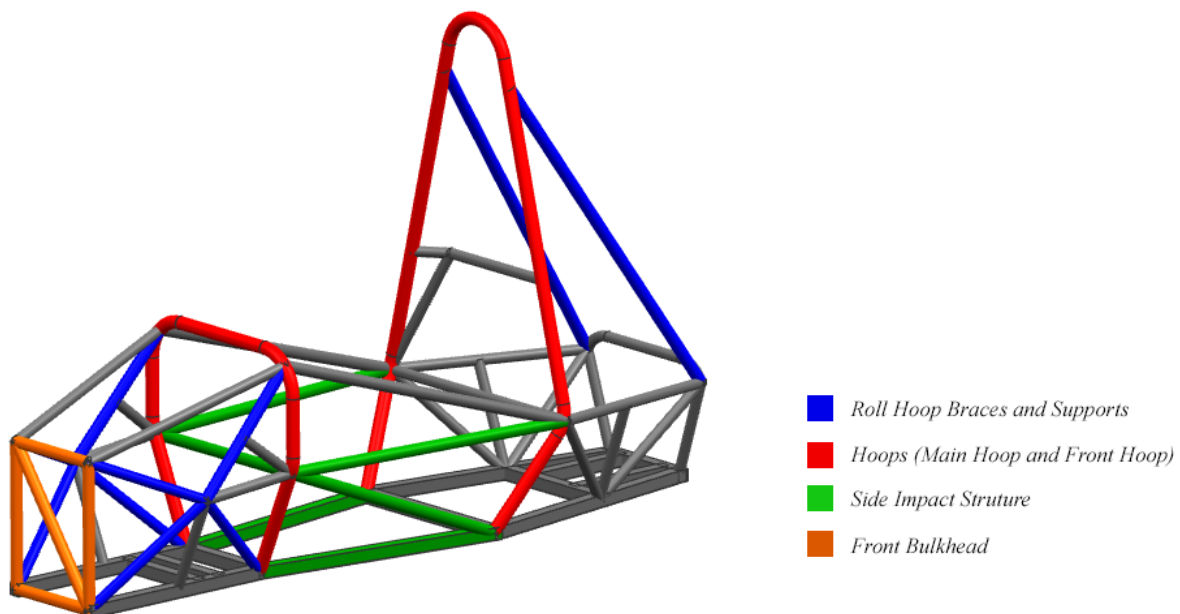


Figura 1 – Nomenclatura dos tubos. Fonte: (SOUZA, 2015)

A Regra T2.2 não permite aberturas ao longo de todo o *cockpit* para evitar intrusões. No caso de estruturas tubulares, isso é garantido pela carenagem ou por placas cobrindo as seções abertas.

A regra T3.4 define os diâmetros e espessuras de parede mínimos para os tubos estruturais. As dimensões mínimas são mostrados na Tabela 1. Tubos com dimensões diferentes são permitidos desde que tenham propriedades mecânicas superiores, ou seja, diâmetros maiores e área de seção transversal maior ou igual. Além disso, independentemente da liga de aço escolhida, a regra exige que todos os cálculos sejam feitos com valores padronizados da Tabela 2.

As regras T3.5 e T3.6 permitem tubos com espessuras de parede menores que o padrão, desde que sejam feitos cálculos de equivalência e em alguns casos, ensaios com corpos de prova.

Tabela 1 – Dimensões mínimas dos tubos estruturais

ITEM or APPLICATION	OUTSIDE DIMENSION X WALL THICKNESS
Main and Front hoops Shoulder Harness Mounting Bar	Round 1.0 inch (25.4 mm) x 0.095 inch (2.4 mm) or Round 25.0 mm x 2.50 mm metric
Side Impact Structure, Front Bulkhead, Roll Hoop Bracing, or Driver's Restraint Harness Attachment or (except as noted above) EV: Accumulator Protection Structure	Round 1.0 inch (25.4 mm) x 0.065 inch (1.65 mm) Round 25.0 mm x 1.75 mm metric Round 25.4 mm x 1.60 mm metric or Square 1.00 inch x 1.00 inch x 0.047 inch or Square 25.0 mm x 25.0 mm x 1.20 mm metric
Front Bulkhead Support, Main Hoop Bracing Supports, Shoulder Harness Mounting Bar Bracing EV: Tractive System Components Protection	Round 1.0 inch (25.4 mm) x 0.047 inch (1.20 mm) or Round 25.0 mm x 1.5 mm metric or Round 26.0 mm x 1.2 mm metric
Bent Upper Side-Impact Member (T3.24.3a)	Round 1.375 inch (35.0mm) x 0.047 inch (1.20mm)

Tabela 2 – Propriedades mecânicas do aço

Seções contínuas	
Módulo de Young (E)	200 GPa
Tensão de escoamento (σ_y)	305 MPa
Limite de resistência (σ_u)	365 MPa
Segmentos soldados	
Módulo de Young (E)	200 GPa
Tensão de escoamento (σ_y)	180 MPa
Limite de resistência (σ_u)	300 MPa

Estruturas do tipo monocoque de materiais compósitos são permitidas e a regra apresenta uma seção inteira para esse tipo. Ainda assim é necessário comprovar por meio de cálculos e ensaios mecânicos que o monocoque equivale ou supera uma estrutura tubular de aço com relação à proteção oferecida ao piloto.

A respeito de eventuais incêndios, a regra exige que o compartimento do piloto esteja separado dos componentes de armazenamento alimentação de combustível por um material resistente ao fogo (Regra T4.5).

2.2 Ergonomia

O piloto é um dos fatores mais importantes para o sucesso numa competição. Para que ele tenha o melhor desempenho possível é preciso levar em conta os fatores humanos envolvidos. Ele deve alcançar facilmente os componentes de controle, ter boa visibilidade da pista e sentar-se confortavelmente no *cockpit* por longos períodos.

O estudo de ergonomia é um dos primeiros passos do projeto da estrutura já que a posição do piloto define o formato do resto do carro. Os pés determinam onde ficam os pedais e o *front bulkhead*. As mãos determinam a posição do volante, da alavanca de câmbio e do *front hoop*. Já a cabeça define a posição do *main hoop* e conseqüentemente a altura do carro.

Além de acessibilidade e conforto, a ergonomia também garante a segurança do piloto. Uma exigência importante da regra é que o carro deve comportar um piloto do 95º percentil da população dos Estados Unidos da América (Regra T3.10) de tal forma que ele fique dentro do envelope definido pela estrutura. Isso é garantido por um gabarito que representa a cabeça, ombros, tronco, quadril e pernas do piloto como mostra a Figura 2. Outros gabaritos são utilizados garantir que a abertura do *cockpit* e a seção interna para as pernas sejam espaçosas o suficiente (T4.1 e T4.2). Por último, o piloto deve ser capaz de sair do carro em menos de cinco segundos e isso é testado durante a inspeção de segurança da competição (T4.8).

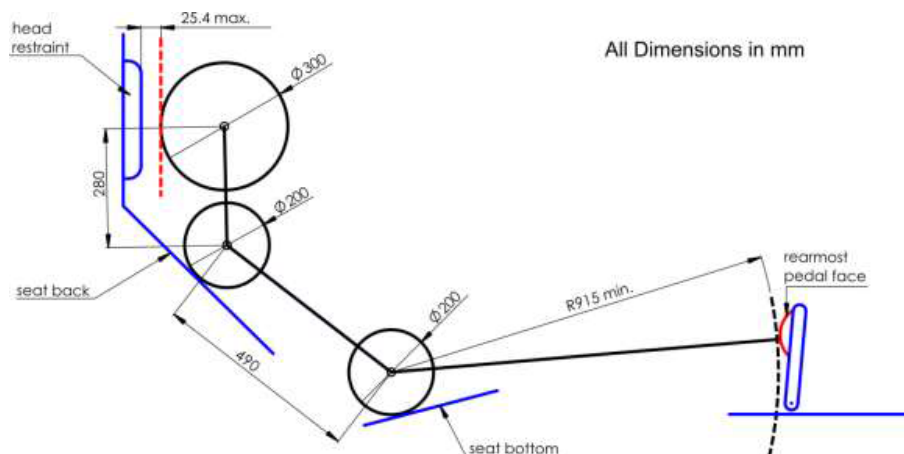


Figura 2 – Gabarito antropomórfico da regra T3.10. Fonte: (FORMULA..., 2016)

2.3 Custos e manufatura

O processo de construção da estrutura e os custos relacionados são essenciais para o desempenho na competição. As equipes são avaliadas nas provas estáticas de acordo com a qualidade do projeto e sua viabilidade como produto. Para uma boa nota, a estrutura precisa ser bem construída porém a um baixo custo de produção.

A escolha dos materiais é um importante fator para os custos. Para a maioria das equipes a opção por uma estrutura tubular de aço sobre um monocoque é natural, pois materiais compósitos são mais caros, menos disponíveis e requerem métodos de manufatura mais dispendiosos. Já o projeto de estruturas tubulares deve considerar a geometria de cada tubo, a liga de aço que será usada, quantos tubos serão necessários cortar e dobrar e como a estrutura será soldada.

Com relação à escolha do material, a regra exige tubos com propriedades mecânicas equivalentes ou superiores ao aço SAE/AISI 1010. É comum equipes optarem por tubos de ligas SAE 1020 ou superiores por serem mais resistentes e amplamente disponíveis no mercado.

A etapa de corte e dobra dos tubos requer máquinas específicas e por isso é muitas vezes feito por empresas contratadas ou por patrocinadores. O corte pode ser feito manualmente com a ajuda de serras e esmeris, porém é um trabalho árduo e demorado. Além disso, a precisão fica comprometida para geometrias mais complexas. Por isso, as equipes optam pelo corte a laser sempre quando possível. O laser corta tubos de aço rapidamente e é capaz de gerar geometrias mais complexas, porém o custo do processo é uma desvantagem para a construção de um único protótipo. Já para a produção em escala, o laser compensa devido à economia de tempo e à repetibilidade do processo uma vez que o código da máquina de corte tenha sido gerado.

Quanto às dobras, as estruturas de formula SAE possuem pelo menos dois tubos curvos: o *main hoop* e o *front hoop*. A dobra desses tubos pode ser feita a baixos custos utilizando-se máquinas de calandragem e esse serviço é bastante disponível no Brasil. Muitas vezes a dobra é feita na própria oficina das equipes.

A próxima etapa é a soldagem. Para garantir uma estrutura no formato correto é necessário posicionar os tubos precisamente em seus lugares. Gabaritos são utilizados para segurar firmemente os tubos na posição desejada. Eles são particularmente necessários para o posicionamento dos pontos da suspensão, cuja cinemática é bastante sensível a desvios de posição. O projeto de gabaritos é bastante desafiador, pois eles devem ser baratos, devem permitir um posicionamento preciso das peças ao mesmo tempo que devem ser resistentes para suportar cargas mecânicas e térmicas durante a soldagem.

A sequência na qual os tubos são soldados também é importante. Os tubos mais fáceis de posicionar são soldados primeiro para servir de referência para os outros. Tipicamente a estrutura começa pelo assoalho aproveitando o plano do chão. Em seguida são soldados os planos verticais como o *front bulkhead* e os *roll hoops*. Os demais tubos são soldados por último e apoiando-se nos outros tubos presentes.

Com relação ao método de soldagem, o método preferido entre as equipes de formula SAE é a solda TIG. A vantagem desta sobre a solda MIG é um cordão de solda

mais limpo, com menor porosidade e uma aparência melhor. A solda TIG também aquece menos a região o que diminui os riscos de deformações e concentração de tensões nas regiões soldadas após esfriarem.

A última etapa é a pintura. Após a soldagem, a estrutura rapidamente acumula ferrugem em sua superfície se não protegida. Isso compromete a aparência e diminui sua vida útil. Por isso, depois de soldada, a estrutura é limpa de qualquer sinal de corrosão e imediatamente coberta com uma base protetora seguida de algumas camadas de tinta.

2.4 *Packaging*

Há diversos motivos para as equipes buscarem construir o carro mais compacto possível. O primeiro é que a competição valoriza mais a manobrabilidade do que a velocidade máxima. Um carro curto e estreito tem mais facilidade para passar pelas pistas estreitas do *Autocross* e do *Endurance*.

O segundo fator é estético. Estando os componentes bem empacotados, fica evidente que os projetistas souberam aproveitar ao máximo o espaço disponível. O projeto fica mais bonito pois cada componente parece se encaixar ao resto do carro, ao invés de parecer ter sido posicionado arbitrariamente. Isso é bem visto pelos juízes da competição e garante pontos de design.

Por último a dinâmica veicular é favorecida pois os componentes montados de maneira mais compacta fazem o carro ter sua inércia reduzida. Além disso, uma estrutura com seção transversal menor é mais aerodinâmica.

Com relação à segmentação, a estrutura pode ser dividida em pelo menos três seções: bico, *cockpit* e traseira. O bico comporta as pernas do piloto, a pedaleira, assim como a coluna e a caixa de direção. Externamente ficam os componentes da suspensão dianteira, o *impact attenuator* e a carenagem. O *cockpit* abriga a parte superior do piloto, o assento, o cinto de segurança, o volante e outros componentes de controle do carro. Externamente, algumas equipes utilizam os espaços laterais (*sidepods*) para abrigar componentes de *powertrain* como radiador e escapamento ou também componentes elétricos. A traseira abriga o motor, tanque de combustível, *airbox*, componentes da elétrica, da transmissão e da suspensão traseira. É na traseira onde um bom *packaging* pode diminuir o comprimento total do carro. O espaço do bico e do *cockpit* é definido principalmente pelo piloto.

Além de posicionar as peças de maneira eficiente pelo espaço é essencial planejar a montagem. É preciso garantir que seja possível colocar cada peça em seu respectivo local de montagem assim como garantir o acesso das ferramentas e peças de fixação. Um componente de difícil montagem no carro aumenta o número de horas necessárias para a manufatura e também pode prejudicar o desempenho do carro numa competição, quando

reparos rápidos são frequentemente necessários.

2.5 Dinâmica veicular

A influência da estrutura na dinâmica veicular é discutida mais detalhadamente em 3.1. Resumidamente, o projeto da estrutura deve buscar os seguintes objetivos:

1. A massa deve ser minimizada.
2. A rigidez deve ser maximizada.

É importante ressaltar que os dois objetivos são conflitantes, pois para aumentar a rigidez é preciso reforçar a estrutura adicionando-se massa. Em outras palavras, o projeto deve encontrar um ponto de ótimo em que a estrutura tenha uma rigidez suficiente enquanto a massa é minimizada.

Para estimar a rigidez da estrutura, o Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma ferramenta bastante utilizada e confiável. Combinando-se o MEF com técnicas de otimização topológica é possível estudar onde a estrutura ganha ou perde mais rigidez e assim decidir onde introduzir ou remover tubos para aumentar a relação rigidez versus massa.

A estrutura ainda pode ser otimizada com o dimensionamento dos tubos. Usando algoritmos de otimização a estrutura é testada com diferentes combinações de tubos. Após algumas iterações, os algoritmos convergem para um ponto de ótimo local onde eles chegam mais próximo de atender os requisitos de rigidez máxima e inércia mínima.

É relevante mencionar que monocoques de materiais compósitos como a fibra de carbono permitem estruturas mais leves e ao mesmo tempo mais rígidas. Uma estrutura tubular de aço típica pesa cerca de 30kg e possui uma rigidez de 2400Nm/grau. Por outro lado, monocoques costumam pesar menos de 20 kg e ultrapassam os 3500 Nm/grau (KERKHOVEN, 2008). Uma segunda vantagem dos monocoques é maior liberdade para o formato da estrutura que não é limitada pelos tubos. Por conta das vantagens desse tipo de estrutura, equipes com mais recursos adotam o monocoque quando possível.

3 Revisão bibliográfica

Essa seção fornece uma revisão teórica sobre o tópico de dinâmica veicular, mais especificamente os efeitos da torção da estrutura sobre a dinâmica lateral do carro.

É importante ressaltar que existem outros modos de deformação como a flexão lateral e a vertical. No entanto, a torção da estrutura é a mais citada na literatura, pois sua influência na dinâmica é bem compreendida e modelada. A medição experimental da torção também é bastante simples e, além disso, a torção é tipicamente o modo de vibrar dominante da estrutura.

3.1 A influência da rigidez da estrutura na dinâmica veicular

Quando a estrutura de um veículo é pouco rígida, sua deformação devido a cargas dinâmicas afeta sua dirigibilidade por causa dos seguintes fatores que serão posteriormente explicados:

- Diminuição da rigidez total.
- Deslocamento dos hardpoints.

3.1.1 Diminuição da resistência à rolagem

Um conceito essencial no estudo da dinâmica veicular é o efeito da resistência à rolagem da suspensão traseira e dianteira no comportamento em curvas. Uma diminuição da resistência à rolagem na dianteira leva ao aumento da transferência de carga lateral neste eixo, o que diminui seu potencial de geração de forças laterais pelos pneus e torna o veículo mais sub-esterçante. Analogamente, uma diminuição da resistência à rolagem na traseira torna-o mais sobre-esterçante.

O termo acerto de suspensão é usado para descrever a possibilidade de se ajustar a relação entre a resistência à rolagem na dianteira e na traseira de maneira a calibrar o comportamento nas curvas. Para veículos de competição é crucial que ajustes finos no acerto de suspensão possam ser sentidos pelo piloto, de maneira que um acerto ótimo seja encontrado. No entanto, a rigidez torcional da estrutura pode comprometer a sensibilidade do carro para acertos.

Isso ocorre, pois a flexibilidade da estrutura altera a maneira como a transferência de carga ocorre entre a dianteira e a traseira. Quando o piloto esterça o volante, uma força lateral é gerada na dianteira, que é acompanhada de uma transferência de carga

na dianteira. Se o chassi é muito flexível, existe um atraso até a traseira começar a gerar forças laterais e a transferir carga (KERKHOVEN, 2008). Ademais, quanto mais flexível for a estrutura, maior a tendência sub-esterçante do veículo (DEAKIN et al., 2000).

Para ilustrar os efeitos da rigidez da estrutura, o veículo pode ser representado por um sistema massa mola como mostrado na Figura 3. As resistências à rolagem da dianteira e da traseira são representadas por molas de torção de rigidez k_f e k_r respectivamente. A rigidez torcional da estrutura é k_b e a inércia do veículo é representada por uma massa dianteira m_f , e uma traseira m_r .

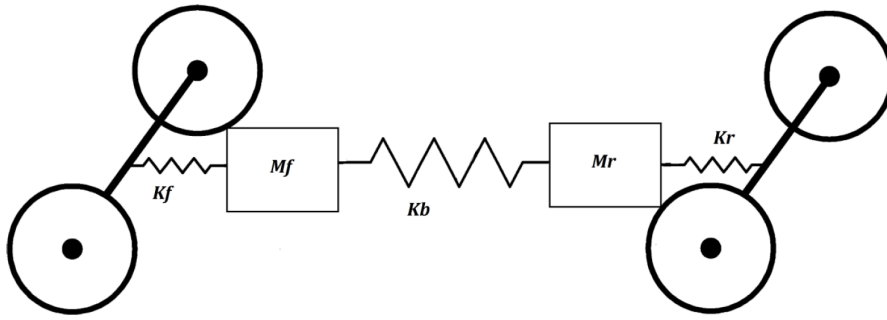


Figura 3 – Modelo massa-mola da transferência de carga. Fonte: (PINHEIRO, 2015).

A rigidez total k_t é definida em função da torção entre a suspensão dianteira e traseira simbolizada por θ e pelo momento aplicado τ .

$$k_t = \frac{\tau}{\theta} \quad (3.1)$$

Inicialmente considerando-se a estrutura como um corpo rígido, $k_b = \infty$, a rigidez torcional é dada pelas resistências à rolagem da suspensão k_f e k_r , respectivamente. A rigidez total é equivalente às duas molas ligadas em série

$$\frac{1}{k_t} = \frac{1}{k_f} + \frac{1}{k_r} \quad (3.2)$$

No entanto, a inclusão da flexibilidade da estrutura equivale a adicionar uma mola de rigidez k_b em série ao modelo, o que diminui a rigidez total que é dada por

$$\frac{1}{k_t} = \frac{1}{k_b} + \frac{1}{k_f} + \frac{1}{k_r} \quad (3.3)$$

Nesse caso é interessante definir o fator k_{ratio} como sendo a razão entre a rigidez torcional da estrutura e a resistência à rolagem da suspensão. Assumindo simplificadaamente que as rigidezes entre dianteira e traseira sejam as mesmas $k_f = k_r = k_{susp}$, o valor de

K_{raio} é calculado pela Equação 3.4.

$$k_{ratio} = \frac{k_b}{k_{susp}} \quad (3.4)$$

Dado um veículo com um determinado k_{ratio} , a rigidez relativa k_{rel} é uma comparação entre a rigidez total considerando a rigidez da estrutura versus a rigidez considerando-a um corpo rígido.

$$k_{rel} = \frac{k_t}{\frac{k_{susp}}{2}} = \frac{\frac{2}{k_{susp}}}{\frac{1}{k_b} + \frac{2}{k_{susp}}} = \frac{2}{2 + \frac{1}{K_{ratio}}} \quad (3.5)$$

A Figura 4 mostra que para valores pequenos de k_{ratio} , a rigidez relativa é baixa. Por outro lado, para um valor de k_{ratio} alto, a rigidez relativa converge assintoticamente para 100% e é preciso aumentar muito a rigidez para um ganho marginal de rigidez relativa. Na pratica, isso significa que existe um patamar a partir do qual o ganho de rigidez relativa não compensa o peso extra necessário para reforçar a estrutura. O fator adotado por Kerkhoven foi de $k_{ratio} = 4$ que corresponde a uma rigidez relativa de 90 %, o mesmo cita que o valor desejado pode variar entre 2 e 10.

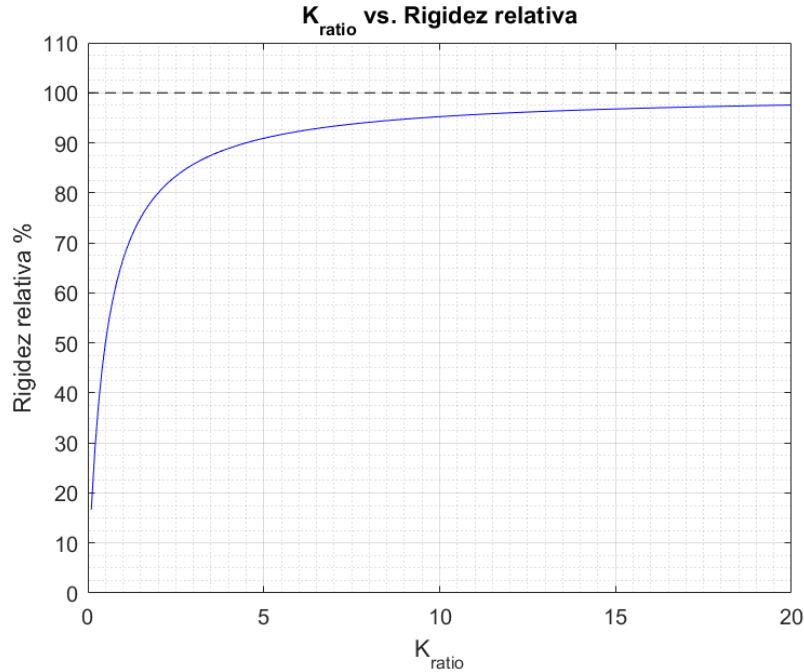


Figura 4 – Rigidez relativa. Adaptado de (KERKHOVEN, 2008).

Por isso, no projeto de veículos de competição é crucial saber quanta rigidez torcional k_b é suficiente. No caso de um fórmula SAE, a rigidez média de um chassi é da ordem de 2400 Nm/deg porém monocoques de fibra de carbono são muito mais rígidos podendo ultrapassar os 5000 Nm/deg (KERKHOVEN, 2008).

3.1.2 Alterações na cinemática

A cinemática é um tópico fundamental no projeto de suspensões e os efeitos que a mudança de cada parâmetro da geometria exerce sobre a dinâmica veicular são amplamente estudados. De fato, o comportamento do veículo é bastante sensível a pequenas alterações da cinemática e os projetistas precisam ser bastante cuidadosos no posicionamento dos *hardpoints*, não só durante a fase de projeto como também durante a manufatura.

No entanto, o deslocamento dos *hardpoints* é inevitável se a estrutura for flexível. Isso prejudica o projeto de suspensão como um todo, pois definir os pontos ótimos se torna impossível uma vez que a cinemática irá variar dependendo das cargas externas aplicadas à estrutura. Dentre os parâmetros afetados pelos deslocamentos, pode-se citar o ângulo de cambagem e de convergência.

O ângulo de cambagem é tipicamente negativo. Porém, se um desvio de forma tornar a cambagem mais negativa, ocorre um desgaste prematuro da parte interna da banda dos pneus. Já se o ângulo for mais positivo, o pneu diminui sua capacidade de gerar forças laterais, prejudicando o desempenho nas curvas.

Um desvio no ângulo de convergência também afeta o comportamento em curvas, podendo tornar o veículo mais sobre-esterçante ou sub-esterçante. Nesse caso, ângulos excessivos podem aumentar o desgaste dos pneus e a resistência ao rolamento, o que por consequência compromete a capacidade de aceleração e frenagem.

O deslocamento dos pontos de suspensão também pode afetar o ângulo de caster, a posição dos centros de rotação, a dimensão da bitola e dos entre-eixos. Como fica evidente, o deslocamento dos *hardpoints* leva a comportamentos inesperados da dinâmica veicular. Justamente por isso, um veículo de competição requer uma estrutura rígida e construída com precisão de forma que a suspensão possa ser acertada.

3.2 Valores base para a rigidez

Com relação aos valores adequados para a rigidez torcional não há um consenso. No contexto de estruturas tubulares de Formula SAE, algumas equipes estabelecem valores base para a rigidez baseados na experiência de anos anteriores. A equipe da Cornell University adotou o valor de 2169 Nm/deg (1600 ft-lb/deg) baseado nos seis anos anteriores (RILEY; GEORGE, 2002). Já a equipe do *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) adotou o valor base de 2712 Nm/deg (2000 ft-lb/deg) como sendo uma rigidez ideal (SOO, 2008).

Outras equipes utilizam a relação entre a rigidez e a resistência à rolagem da suspensão. Como explicado em 3.1, a *TU Eindhoven* adotou um fator de quatro vezes (KERKHOVEN, 2008). Para o presente trabalho foi esse o parâmetro adotado.

4 Escolha dos tubos da estrutura

Esse capítulo tem o propósito de descrever a otimização da estrutura por meio da escolha dos perfis de tubos. Essa etapa foi realizada ainda no meio do projeto com a intenção de melhorar a relação rigidez torcional vs. massa da estrutura. A primeira seção descreve a implementação do programa de elementos finitos em MATLAB usado para a escolha dos perfis de tubo. A segunda seção descreve o processo de otimização seguindo diferentes técnicas.

A partir dessa análise é possível aumentar a rigidez da estrutura sem adicionar ou remover tubos. Para se testar o impacto da adição ou remoção deles é preciso modificar o modelo e rodar o otimizador novamente.

O desenho da estrutura de um formula SAE é um processo iterativo. Os pontos da suspensão, a posição do piloto e dos demais componentes são definidos logo no início e a estrutura é desenhada de maneira a cumprir os requisitos de projeto. Com o decorrer do projeto é necessário fazer ajustes e reposicionar componentes, o que requer mudanças correspondentes na estrutura. Consequentemente, ela foi modificada e as figuras mostradas no processo de otimização não correspondem exatamente ao modelo final no Capítulo 5 mas serviram de referência para a escolha dos perfis de tubos utilizados.

4.1 Modelo de elementos finitos em MATLAB

A análise em elementos finitos feita nessa seção é de um caso estático e linear. Com elementos de viga para a estrutura e treliça para a suspensão. A sequência de operações típica para uma análise seguindo o MEF segue a seguinte ordem:

1. Pré-processamento

- 1.1. Importar domínio (geometria em CAD).
- 1.2. Escolher tipo de elemento e gerar malha.
- 1.3. Agrupar elementos em componentes. Atribuir propriedades mecânicas e perfil do tubo aos componentes.
- 1.4. Configurar condições de contorno e outros parâmetros da simulação.

2. Processamento

- 2.1. Fazer *Assembly* da matriz de rigidez e do vetor de forças.
- 2.2. Aplicar condições de contorno.

2.3. Resolver sistema de equações lineares para obter deslocamentos.

3. Pós-processamento

3.1. Obter rigidez a partir dos dados de deslocamento.

3.2. Obter massa com a soma das massas dos elementos.

Para a otimização, esse processo é feito repetidamente, alterando-se os perfis de tubo na etapa de pré-processamento e verificando-se na fase de pós-processamento, qual seria o impacto na rigidez e na massa. Por isso, o programa foi implementado de outra maneira, tal que os parâmetros dos perfis só entram mais tarde, logo antes da fase de processamento.

O pré-processamento é feito manualmente. A geometria da estrutura é escrita em um *script* do baseando-se nos dados de um desenho em CAD. Nesse *script* também são colocados os componentes, materiais e condições de contorno. Porém, os diâmetros e espessuras de parede (perfil) não são escritos aqui, somente os seus respectivos limites inferiores determinados pela regra. O *script* é usado como entrada para a função de carregar o modelo e contém os seguintes dados:

Nós macro: Coordenadas dos nós que correspondem a pontos relevantes para a geometria da estrutura: intersecção de tubos e discretização de trechos curvos.

Elementos macro: Lista de conexões entre nós macro, representando tubos.

Componentes: Lista de elementos macro com o mesmo perfil de tubo (devido à simetria ou segmentos de um tubo curvado).

Material: Propriedades mecânicas do material.

Condições de contorno: Forças aplicadas em nós macro ou deslocamentos impostos.

Tipo de elemento: Treliça ou viga.

Perfis de tubo: Uma lista de perfis de tubo contendo dimensões mínimas.

Os nós desse arquivo são chamados de macro, pois contém somente os nós mais relevantes para representar a geometria da estrutura: os que correspondem a mais de um tubo (intersecções) ou a trechos curvados de um tubo.

Nessa implementação, uma análise em elementos finitos é feita usando-se três funções: *loadModel*; *assembleModel* e *solveLoadCase*.

A partir da geometria escrita no *script*, a função *loadModel* gera a malha com elementos de um comprimento L_{el} , permitindo controlar a discretização do modelo entre

grosseira ($L_{el} = 100$ mm) ou refinado ($L_{el} = 10$ mm), por exemplo. O modelo carregado é salvo numa *struct*, o que facilita a duplicação do modelo e a comparação entre diferentes versões.

Após a leitura, a próxima etapa é o *Assembly*. A função de *assembleModel* possui duas entradas: a *struct* do modelo e uma matriz contendo as dimensões dos perfis de tubo. Essa função percorre todos os elementos, calcula suas respectivas matrizes locais e monta a global. A saída é a *struct* preenchida com a matriz global, **K**.

Por fim, é preciso terminar o processamento e o fazer o pós-processamento. A função de *solveLoadCase* extrai as matrizes da *struct* do modelo e resolve o sistema linear, retornando o modelo com os deslocamentos preenchidos. Como se deseja analisar a rigidez, ela é calculada a partir dos deslocamentos e incluída no modelo retornado.

Dessa maneira, a otimização pode ser feita de maneira mais eficiente. A função *loadModel* só precisa ser chamada uma única vez. Todas as variantes da estrutura podem ser geradas e testadas chamando-se a função *assembleModel* seguida de *solveLoadCase* com diferentes parâmetros para os perfis de tubo.

4.2 Otimização

Para a otimização da estrutura foram feitas três análises: um teste de sensibilidades, uma otimização em espaço contínuo e uma otimização em espaço discreto. Para todos os testes utilizou-se o mesmo modelo de estrutura e elementos de 100 mm por questões de desempenho computacional. As próximas subseções detalham como foram escolhidas as variáveis de *design* e como foi feito cada teste e seus respectivos resultados.

4.2.1 Variáveis de *design*

Como se deseja aumentar a rigidez específica alterando-se os perfis de tubos usados, as variáveis de *design* representam as duas dimensões de um perfil circular: o diâmetro D e a espessura da parede t para cada componente. No entanto, como será explicado posteriormente, não é conveniente usar diretamente esses valores como variáveis de *design*, mas sim o quanto eles estão acima do mínimo permitido pela regra.

Primeiramente, é interessante observar como D e t influenciam o tubo. Algumas propriedades são proporcionais à área enquanto outras, ao momento de inércia da seção transversal. Assumindo paredes delgadas, $D \gg t$, as fórmulas são dominadas por D , como mostra a Equação 4.1 para a área e a Equação 4.2 para os momentos.

$$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - (D - 2t)^2) = \pi \frac{D^2 - (D^2 - 4Dt + 4t^2)}{4} = \pi(Dt - t^2) \approx \pi Dt \quad (4.1)$$

$$I_{yy} = \frac{\pi}{64}(D^4 - (D - 2t)^4) = \frac{\pi}{8}(D^3t - 3D^2t^2 + 4Dt^3 - 16t^4) \approx \frac{\pi}{8}D^3t \quad (4.2)$$

A Tabela 3 resume as principais propriedades mecânicas de um tubo de perfil circular e parede delgada com seus respectivos fatores geométricos, área ou momentos de inércia aos quais eles são proporcionais e o termo dominante.

Tabela 3 – Propriedades mecânicas do tubo redondo.

Propriedade	Fator geométrico	Dominante
Resistência Tração	$A = \pi(Dt - t^2)$	Dt
Resistência Flexão	$I_{yy} = \frac{\pi}{8}(D^3t - 3D^2t^2 + 4Dt^3 - 16t^4)$	D^3t
Resistência Torção	$J_x = \frac{\pi}{4}(D^3t - 3D^2t^2 + 4Dt^3 - 16t^4)$	D^3t
Massa	$A = \pi(Dt - t^2)$	Dt

Nota-se que algumas propriedades são proporcionais a Dt enquanto outras, a D^3t . Isso implica que se o diâmetro de um tubo for duplicado e sua parede mantida constante, sua massa e resistência à tração irão aumentar $2^1 = 2$ vezes, enquanto a resistência à torção e à flexão aumentam $2^3 = 8$ vezes, um aumento de 4 vezes na rigidez específica. Ou seja, é possível melhorar a rigidez específica de um tubo aumentando D e fixando t .

Outro fator relevante é a triangularização. Tubos em seções não triangularizadas podem sofrer tração, compressão, torção e flexão. Já tubos triangularizados sofrem tração e compressão. Para esse segundo caso, um aumento de área transversal pode ser mais relevante que aumentar o momento de inércia. Porém, vale ressaltar que no caso de uma estrutura tridimensional, como o chassi de um carro, mesmo tubos de seções triangularizadas podem sofrer flexão e torção se as cargas aplicadas forem normais ao plano triangularizado.

Já quando se considera a rigidez da estrutura como um todo, cada tubo contribui em maior ou menor escala dependendo de sua função na estrutura. Ao se aplicar uma força num ponto, ela é distribuída entre os tubos adjacentes de maneira que os tubos no caminho das forças são os mais relevantes para resistir à força enquanto os demais pouco influenciam. Para aumentar a rigidez de maneira eficiente, é preciso reforçar justamente os tubos que estão nesse caminho das forças num cenário de torção.

Ou seja, três princípios simples para a otimização da estrutura são os seguintes:

1. Tubos mais carregados são mais relevantes para a rigidez.
2. Tubos em torção ou flexão são reforçados aumentando-se o diâmetro.
3. Tubos em tração são reforçados aumentando-se a área da seção transversal.

Esses três são refletidos na regra pela maneira como ela determina os requisitos dos tubos. Primeiramente, alguns tubos são mais relevantes para a rigidez e segurança,

por isso, a regra define perfis diferentes e mais reforçados para tubos como os *roll hoops*, seus suportes e o *front bulkhead*. Segundo, quando se quer usar tubos diferentes do padrão da regra, eles precisam ter propriedades mecânicas superiores. Ou seja, eles devem ter tanto diâmetro quanto área transversal maiores que o padrão. Seja D_0 e t_0 as dimensões do perfil de tubo padrão com área A_0 , e seja um perfil alternativo com D_i , t_i e A_i , as seguintes condições devem ser respeitadas:

$$D_i \geq D_0 = D_{min} \quad (4.3)$$

$$A_i \geq A_0 = A_{min} = \frac{\pi}{4}(D_0^2 - (D_0 - 2t_0)^2) \quad (4.4)$$

Uma implicação dessa regra é que enquanto D_i necessariamente deve ser maior ou igual a D_{min} , a parede t_i pode diminuir. Isso acontece pois mantendo-se a área no mínimo, $A_i = A_{min}$, mas aumentando-se o diâmetro externo, tem-se que t_{min} diminui conforme D_i cresce, como mostra a Equação 4.7.

$$A_{min} = \frac{\pi}{4}(D_0^2 - (D_0 - 2t_0)^2) = \frac{\pi}{4}(D_i^2 - (D_i - 2t_{min})^2) \iff \quad (4.5)$$

$$D_0^2 - (D_0 - 2t_0)^2 = D_i^2 - (D_i - 2t_{min})^2 \iff \quad (4.6)$$

$$t_{min} = \frac{1}{2}(D_i - \sqrt{D_i^2 - 4D_0t_0 + 4t_0^2}) \quad (4.7)$$

No entanto, t_{min} não pode diminuir indefinidamente. A regra estabelece um chão t_{floor} , abaixo do qual a parede do tubo não pode passar. Dessa forma, a expressão de t_{min} em função de D_i é dada pela Equação 4.8.

$$t_{min} = \max\left(\frac{1}{2}(D_i - \sqrt{D_i^2 - 4D_0t_0 + 4t_0^2}), t_{floor}\right) \quad (4.8)$$

No contexto de otimização, isso significa que utilizar um par de variáveis de *design*: D_i e t_i para cada tubo não é conveniente, pois a espessura t_i pode variar no intervalo $t_{min} \leq t \leq t_{max}$, e t_{min} é uma função de D_i . Por outro lado, o otimizador funciona com valores constantes para os limites inferior e superior das variáveis de *design*. Uma alternativa para contornar esse problema é definir um par de variáveis de *design* x_i e x_i^* para o diâmetro e a parede respectivamente, de maneira que elas representam o quanto o diâmetro ou a área estão acima do mínimo da regra.

$$x_i = D_i - D_{min} \quad (4.9)$$

$$x_i^* = t_i - t_{min}(D_i) \quad (4.10)$$

Nesse caso, as variáveis de *design* podem ser delimitadas por intervalos constantes: $0 \leq x_i \leq x_{max}$ e $0 \leq x_i^* \leq x_{max}^*$. O cálculo das dimensões D_i e t_i é dado por

$$D_i = D_0 + x \quad (4.11)$$

$$t_i = \max \left(\frac{1}{2}(D_i - \sqrt{D_i^2 - 4D_0t_0 + 4t_0^2}), t_{floor} \right) + x_i^* \quad (4.12)$$

Para finalizar, é importante ressaltar que a regra define diversos perfis base para os tubos dependendo de suas funções na estrutura. Como originalmente eles não são nomeados, aqui eles serão chamados de categorias 1, 2 e 3 para fins de clareza. A categoria 1 é a dos tubos estruturais básicos. Tubos da categoria 2 são mais reforçados, eles são usados em suportes de *roll hoops*, no *front bulkhead* e nas laterais para proteção do piloto. A categoria 3 é para os tubos dos *roll hoops* e de suporte ao cinto. A Tabela 4 resume essas especificações de cada uma.

Tabela 4 – Dimensões mínimas dos perfis de tubos

Categoria	Exemplo	D_0 [mm]	t_0 [mm]	t_{floor} [mm]
1	<i>Bracing Supports</i>	25.40	1.20	1.20
2	<i>Side impact</i>	25.40	1.65	1.20
3	<i>Main Hoop</i>	25.40	2.40	2.00

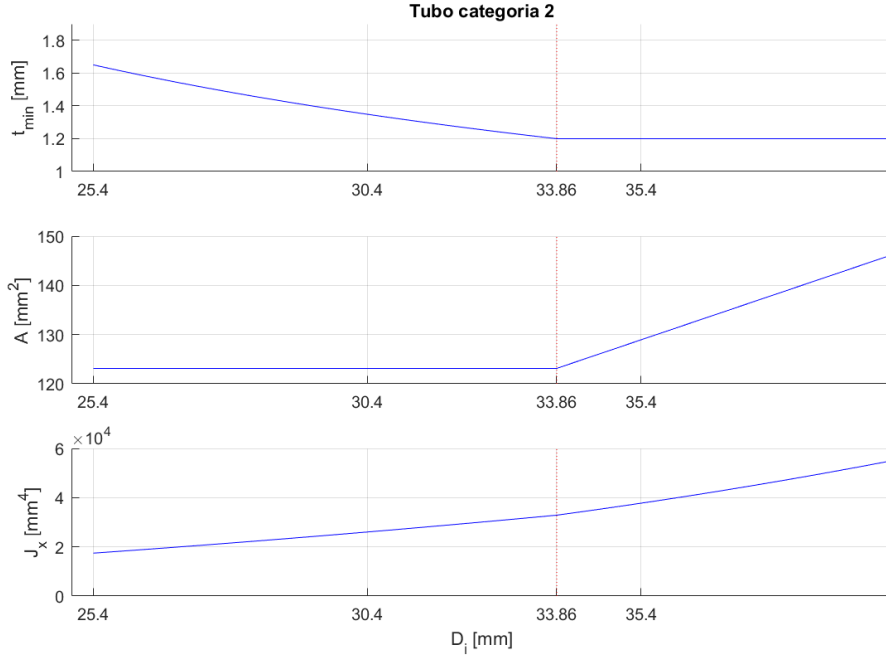


Figura 5 – Propriedades geométricas do tubo em função do diâmetro externo, D_i .

A Figura 5 mostra como as dimensões de parede mínima t_{min} , de área mínima, A , e do momento de inércia mínimo, J_x , variam em função do diâmetro externo D_i para

um tubo da categoria 2. Conforme D_i aumenta é possível diminuir t_i mas mantendo A_i constante até o ponto em que t_i chega ao mínimo t_{floor} em $D_i = 33,9$ mm. A partir desse ponto $t_i = t_{floor}$ é constante e a área passa a aumentar linearmente.

Isso também ocorre para tubos da categoria 3, porém com $t_0 = 2,40$ mm e $t_{floor} = 2,00$ mm o ponto de inflexão ocorre em $D_i = 29,61$ mm. Para os tubos da categoria 1, tem-se que $t_0 = t_{floor}$, portanto a parede não pode ficar menor e ela desde o início é constante, com a área mínima crescendo linearmente.

4.2.2 Teste de sensibilidades

Assumindo que o modelo possui uma certa grandeza $f(\vec{x})$ que é função das variáveis de *design*. O conceito de sensibilidade é utilizado em otimização multidisciplinar para quantificar o quanto $f(\vec{x})$ é afetada pela alteração de uma determinada variável de *design* x_i . A sensibilidade $S_i(\vec{x}_0)$ é definida como a taxa de variação de $f(\vec{x})$ em função de x_i no ponto $\vec{x} = \vec{x}_0$, ou seja, a derivada parcial:

$$S_i(\vec{x}) = \left. \frac{\partial f(\vec{x})}{\partial x_i} \right|_{\vec{x}=\vec{x}_0} \quad (4.13)$$

A análise de sensibilidade foi usada para verificar quais são os tubos exercem a maior influencia sobre a rigidez da estrutura. A principal vantagem desse método é a rapidez, uma vez que só é necessário calcular uma derivada parcial para cada variável. A sensibilidade foi calculada a partir da estrutura com perfis de tubo no mínimo exigido pela regra, $\vec{x}_0 = \vec{0}$.

Uma análise de sensibilidade foi feita com as variáveis de *design* correspondentes ao diâmetro dos tubos e uma segunda análise foi feita com as espessuras de paredes. A Figura 6 mostra a sensibilidade da rigidez torcional a mudanças de diâmetro. O tubo mais influente nesse caso foi o *front hoop* (30,8), seguido dos tubos de cima do bico (27,8), *front bulkhead* (15,4) e tubos superiores da lateral do *cockpit* (10,3).

A Figura 7 mostra a sensibilidade da rigidez a mudanças de parede. Os tubos mais influentes são os de cima do bico (170,1), seguido do *front hoop* (96,9), tubos superiores da lateral do *cockpit* (95,3) e *front bulkhead* (86,0). Notavelmente, mudanças nas paredes dos tubos tem mais influência na rigidez torcional que mudanças nos diâmetros. Por outro lado, mudanças de t_i aumentam proporcionalmente a massa do carro, o que não acontece com D_i .

Uma observação importante, é que os tubos mais influentes possuem características comuns. Todos pertencem ou ao *cockpit* ou ao bico, e todos se localizam na porção superior da estrutura, enquanto os tubos mais baixos possuem menos influência. Isso acontece por dois motivos:

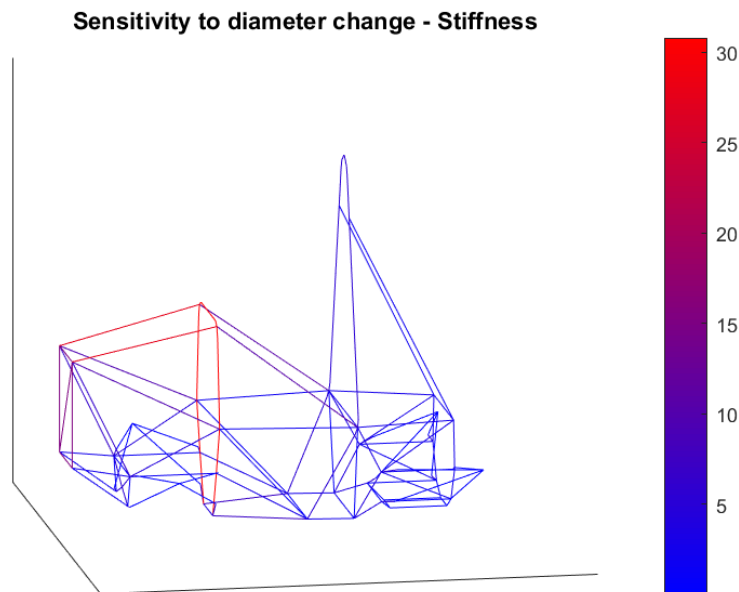


Figura 6 – Sensibilidade da rigidez vs. D_i

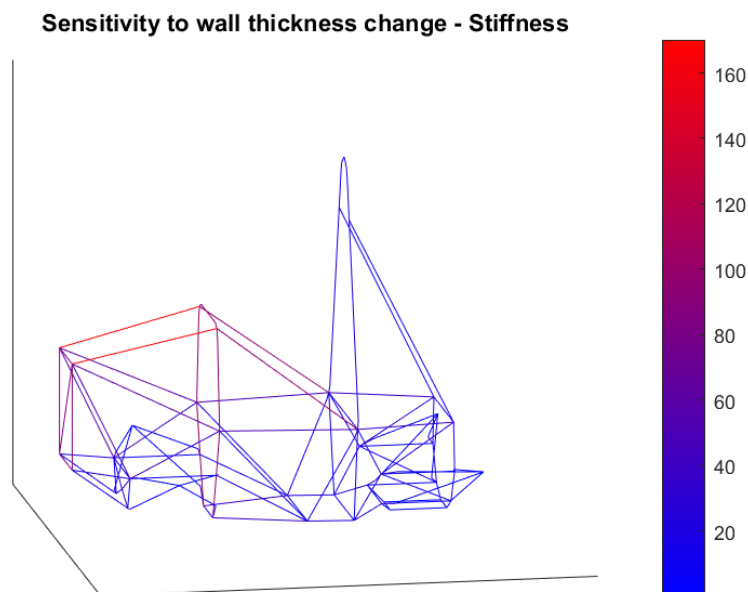


Figura 7 – Sensibilidade da rigidez vs. t_i

- O movimento de torção ocorre ao redor de um eixo que é baixo. Portanto, os tubos de cima estão mais afastados e oferecem um braço maior para resistir à torção.
- A entrada do *cockpit* e a região de cima do bico não são triangularizadas e por isso são mais sensíveis a aumentos de diâmetro dos tubos.

Apesar de mostrar quais tubos são mais relevantes para a rigidez estrutural, esse

método não é suficiente para definir quais perfis de tubo devem ser utilizados. Por isso é necessário utilizar um método de otimização como é descrito na próxima seção.

É importante ressaltar que ao se repetir essa análise de sensibilidade usando a massa ao invés de rigidez, os resultados indicam simplesmente quais tubos são mais compridos. Diferentemente da rigidez, a massa da estrutura é dada pela soma da massa de cada tubo. Consequentemente, a sensibilidade da massa a uma modificação do diâmetro ou espessura de parede é proporcional ao comprimento do tubo. Para uma análise mais completa envolvendo massa e rigidez, é preciso criar uma função objetiva e usá-la com um algoritmo otimizador.

4.2.3 Otimização - Método dos Gradientes

Em otimização multidisciplinar, a função objetiva $f_{obj}(\vec{x})$ é aquela que traduz o objetivo da otimização para um número real e é função das variáveis de *design*, $\vec{x} = [x_1, x_2, x_3 \dots]$. O ponto de ótimo \vec{x}_{opt} é aquele onde $f_{obj}(\vec{x}_{opt})$ é mínimo.

Na otimização baseada no método dos gradientes as variáveis de *design* possuem valores reais. A função objetiva é contínua e derivável de maneira que ela possui gradiente e Hessiana, vetor e matriz de derivadas parciais de primeira e segunda ordem que indicam a direção para onde a função objetiva aumenta ou diminui. Partindo de um ponto inicial \vec{x}_0 , o algoritmo utiliza essas informações para encontrar o próximo ponto de iteração, convergindo após algumas iterações para um ponto de mínimo local. No contexto desse trabalho, deseja-se maximizar a rigidez torcional da estrutura. Por isso a função objetiva deve ser o oposto da rigidez como mostra a Equação 4.14.

$$f_{obj}(\vec{x}) = -k_t \quad (4.14)$$

Além disso é preciso impor condições ao otimizador para garantir que os resultados façam sentido. Primeiramente, é preciso limitar o intervalo no qual as variáveis de *design* podem variar e assim manter os perfis dos tubos com valores sensatos. Por isso, a função do MATLAB *fmincon* foi utilizada, ela permite realizar otimizações com restrições. No caso, as variáveis de *design* ficam limitadas no intervalo $0 \leq x_i \leq x_{max}$.

O diâmetro mínimo para todos os tubos estruturais é $D_{min} = 25,4$ mm. O otimizador foi ajustado para adicionar entre 0,0 e 25,4 mm, de tal maneira que os diâmetros podem variar entre 25,4 mm a 50,8 mm, o dobro do inicial. Já a espessura mínima das paredes depende da função do tubo, variando entre 1,2 mm e 2,4 mm. O otimizador foi configurado para adicionar entre 0,0 e 2,0 mm às paredes.

Uma segunda restrição importante é manter o peso da estrutura baixo. Com esse propósito foi estipulado um teto m_0 do qual a massa total da estrutura m deve ficar abaixo ($m - m_0 \leq 0$).

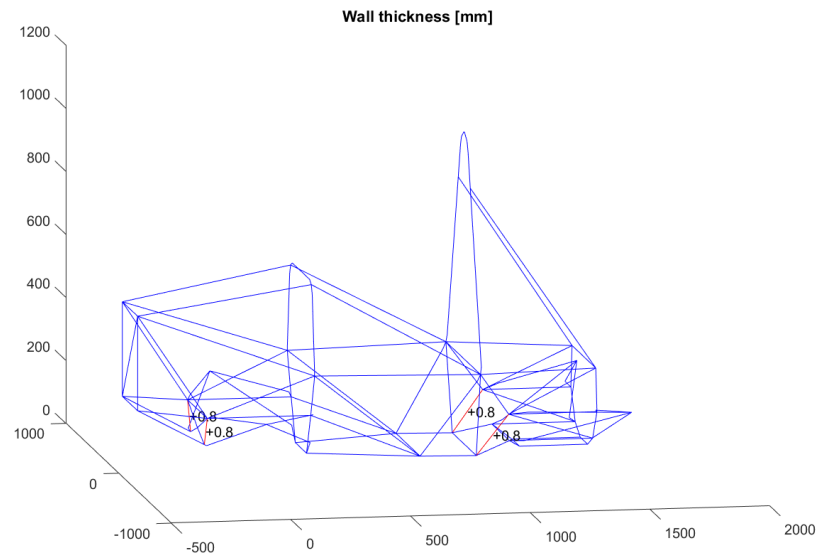


Figura 9 – Incremento de espessura de parede da estrutura otimizada.

mais próximo, cada componente terá perfis ligeiramente diferentes, exigindo a compra de diversos perfis e encarecendo o projeto também.

Para mitigar esses problemas, a solução é limitar o otimizador a escolher perfis de tubos dentro de uma lista fechada e finita de perfis existentes no mercado. A aplicação desse método e os resultados são descritos na próxima seção.

4.2.4 Otimização - Algoritmo Genético

A otimização usando o algoritmo genético (*GA*) é feita em espaço discreto. O algoritmo recebe uma lista de perfis de tubos que podem ser empregados e então testa diferentes combinações desses perfis em cada componente. É importante ressaltar que, como discutido em 4.2.1 e mostrado na Tabela 4, a regra possui exigências diferentes para alguns tubos da estrutura dependendo de sua função. A Tabela 5 mostra a lista de perfis disponíveis e quais categorias podem usá-los. O perfil 0 é usado exclusivamente para os componentes da suspensão não sendo utilizados em tubos estruturais.

Como não há continuidade entre os valores, não há um gradiente apontando em que direção a função objetiva diminui. O que o algoritmo genético faz é imitar o processo de seleção natural. Uma população é gerada aleatoriamente com diferentes combinações de perfis para cada componente, os indivíduos da população são testados de acordo com o valor de sua função objetiva (*fit*). Os que possuem melhor *fit* são mantidos para a próxima geração (elite). Além disso, alguns indivíduos são escolhidos como pais para a próxima geração. Os filhos são gerados a partir do *crossover* entre dois pais ou por mutações que introduzem variabilidade à população. Devido à diversidade da população que cobre melhor o espaço das variáveis de *design*, o algoritmo tem chances maiores de chegar a um

Tabela 5 – Lista de perfis de tubos do algoritmo genético.

Perfil	Diâmetro [mm]	Parede [mm]	Perfil permitido		
			Cat. 1	Cat. 2	Cat. 3
0	15,88	1,20	N	N	N
1	25,40	1,20	S	N	N
2	28,60	1,20	S	N	N
3	31,75	0,90	S	N	N
4	25,40	1,90	S	S	N
5	28,60	1,50	S	S	N
6	31,75	1,20	S	S	N
7	31,75	1,50	S	S	N
8	25,40	2,65	S	S	S
9	25,40	3,00	S	S	S
10	28,60	2,00	S	S	S
11	31,75	1,90	S	S	S

mínimo global.

A convergência é robusta e sempre melhora a cada iteração, no entanto ela tipicamente demora mais do que uma otimização usando gradientes. Por fim, outro problema do *GA* é que a aleatoriedade dificulta a repetição do processo. Se o algoritmo for rodado duas vezes, o resultado possivelmente será diferente.

Quanto à função objetiva, foi preciso adaptá-la para o *GA*. O algoritmo genético do MATLAB não suporta restrições com equações e inequações concomitantemente a variáveis de *design* inteiras. Por isso estas restrições tiveram de ser incluídas na função objetiva como mostra a Equação 4.15.

$$f_{obj}(\vec{x}) = -k_t + K_{mass} + K_{tubes} \quad (4.15)$$

O termo K_{mass} limita a massa total ao teto m_0 . A função objetiva dos indivíduos que ultrapassarem esse limite recebe uma punição, tendo um valor alto adicionado como mostra a Equação 4.16.

$$K_{mass} = \begin{cases} 0 & \text{se } m - m_0 < 0 \\ 10^6 \cdot (m - m_0) & \text{se } m - m_0 \geq 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

Um segundo termo, K_{tubes} , foi adicionado para limitar o número de perfis diferentes de tubo que seriam utilizados, N_{tube} . No caso, o limite foi fixado em seis, ou seja, caso um indivíduo utilize mais de seis perfis diferentes, sua função objetiva recebe uma punição que incentiva o uso de um número reduzido perfis como mostra a Equação 4.17. No caso

da estrutura no mínimo da regra, são utilizados apenas três perfis diferentes: 1, 4 e 8.

$$K_{tube} = \begin{cases} 0 & \text{se } N_{tube} \leq 6 \\ 10^5 \cdot (N_{tube} - 6) & \text{se } N_{tube} > 6 \end{cases} \quad (4.17)$$

Foram usados os parâmetros padrão do MATLAB para a otimização com *GA*. Ou seja, uma população de tamanho 200, com uma elite de 5% da população sendo preservada para a próxima geração. O fator de *crossover* é de 80% e o algoritmo para após 50 gerações sem que a função objetiva tenha melhorado.

A otimização levou 1326,2 s para convergir. Via de regra o algoritmo genético leva mais tempo para convergir que o método dos gradientes, porém nesse caso foi mais rápido devido à maneira como a restrição de massa foi colocada no caso do *GA* que é mais eficiente computacionalmente do que a maneira como foi implementada no otimizador por gradientes.

A estrutura otimizada tem massa de 30,0 kg e rigidez torcional de 2485,4 Nm/deg, um aumento de 22,7% para um acréscimo de 1,7 kg. A Figura 10 mostra quais perfis o otimizador recomendou para cada componente. Ao todo foram utilizados seis perfis: 1, 2, 3, 4, 6, e 10.

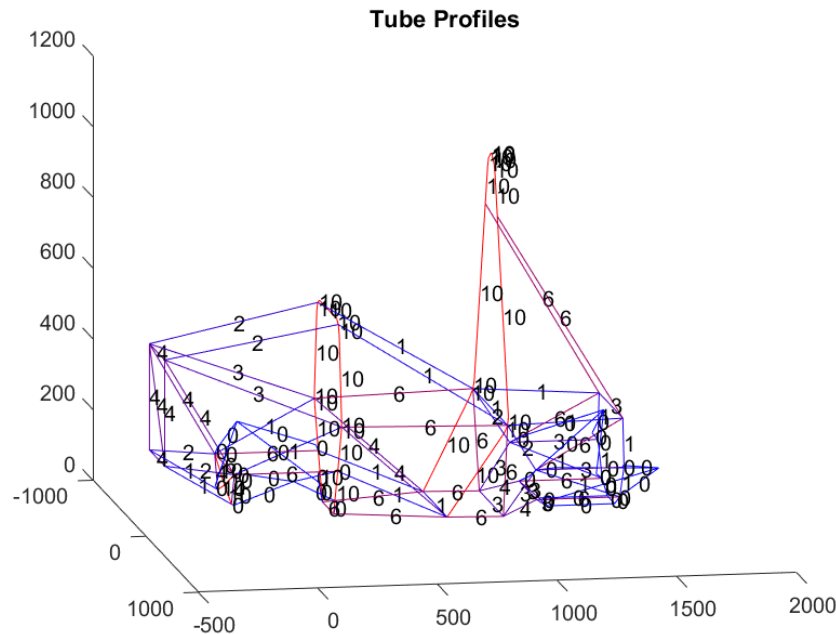


Figura 10 – Perfis de tubo utilizados por componente, Rodada 1.

Como os resultados do algoritmo genético podem variar a cada rodada devido à componente aleatória, o algoritmo foi rodado uma segunda vez. Para aumentar a velocidade, o processamento paralelo foi ativado para que ele pudesse avaliar múltiplos indivíduos ao mesmo tempo. O algoritmo convergiu após 552,3 s.

Dessa vez, a estrutura otimizada teve uma massa de 29,9 kg e uma rigidez de 2417,6 Nm/deg, aumento de 23,9%. Por outro lado, ela utilizou somente cinco perfis: 1, 3, 4, 6 e 11, como mostra a Figura 11.

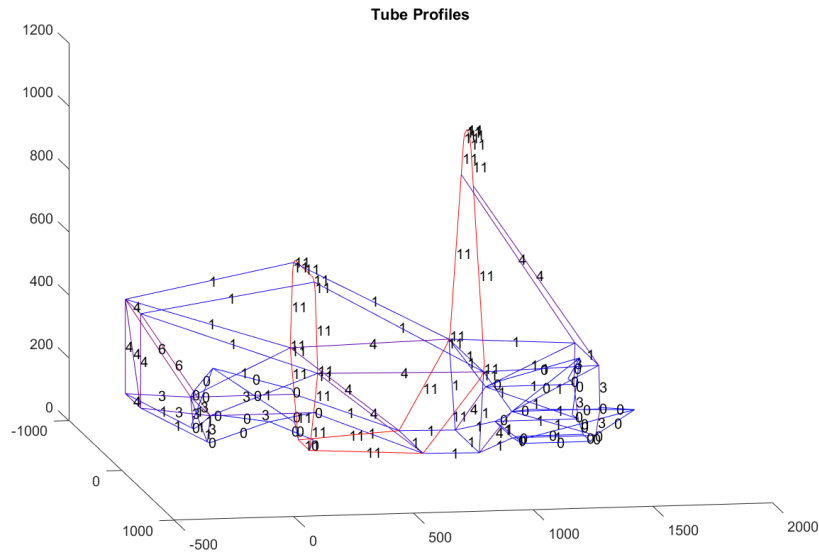


Figura 11 – Perfis de tubo utilizados por componente, rodada 2.

Para a maior parte dos tubos, foi escolhido o tubo padrão da regra, no entanto para ambos os *roll hoops*, o otimizador recomendou uma mudança para um tubo de diâmetro maior. Os suportes dos *hoops* também foram reforçadas, assim como os tubos de cima do pé do piloto. Esses resultados foram utilizados para escolher os perfis de tubo na estrutura final que é mostrada no Capítulo 5.

5 Análise em elementos finitos

Nesse capítulo a versão final da estrutura é analisada utilizando-se o método dos elementos finitos no programa *Optistruct* do pacote *Hyperworks 2017 Student Edition*. Um primeiro teste estático revela a rigidez torcional da estrutura. A análise modal posterior foi feita para mostrar os principais modos de vibração da estrutura e suas respectivas frequências.

5.1 Modelo em Elementos Finitos






O modelo usado para a análise é baseado na versão final da estrutura que foi o usado para a construção e é ilustrado na Figura 12. Ela possui uma massa estimada de 35,5 kg e utiliza um total de 71 tubos, dos quais os seguintes perfis utilizados encontram-se na Tabela 6.

Os perfis foram escolhidos de acordo com as exigências da regra T3.4. Nos tubos dos *hoops*, o perfil padrão foi substituído por um com diâmetro maior - de 25,4 para 31,75 mm - e com paredes mais finas - de 2,40 para 2,00 mm - mas dentro do permitido pela regra. Com essa mudança, a nova área de seção transversal é 7,8% maior enquanto o momento de inércia de área cresceu em 79,2%. Ou seja, um pequeno incremento na no peso do tubo acompanhado de um grande aumento de rigidez à flexão e à torção.

A geometria da estrutura foi importada do CAD e a partir dela foi gerada a malha no ambiente *Hypermesh*. Foram utilizados elementos de viga, por serem suficientes para representar uma estrutura composta por tubos delgados e soldados uns aos outros. A malha foi gerada com elementos de 10 mm de comprimento, totalizando 3216 nós e 3263 elementos.

Os elementos foram agrupados em componentes, cada um representando um tubo da estrutura e o seu correspondente simétrico. A cada componente foi atribuído o respectivo perfil de tubo utilizando-se um dos valores da Tabela 6. Quanto às propriedades do material, o modelo assume que a estrutura é construída de aço com as propriedades estabelecidas

Tabela 6 – Perfis de tubo utilizados

ID	Cor	Formato	Diâmetro [mm]	Parede [mm]
1		Circular	25,40	1,20
2		Circular	25,40	1,90
3		Circular	28,60	1,50
4		Circular	31,75	2,00
5		Quadrado	30,00	2,00

Model Info: C:/Users/Jonathan Miura/Desktop/TCC/Hyper/Structure_V4_final.hm*

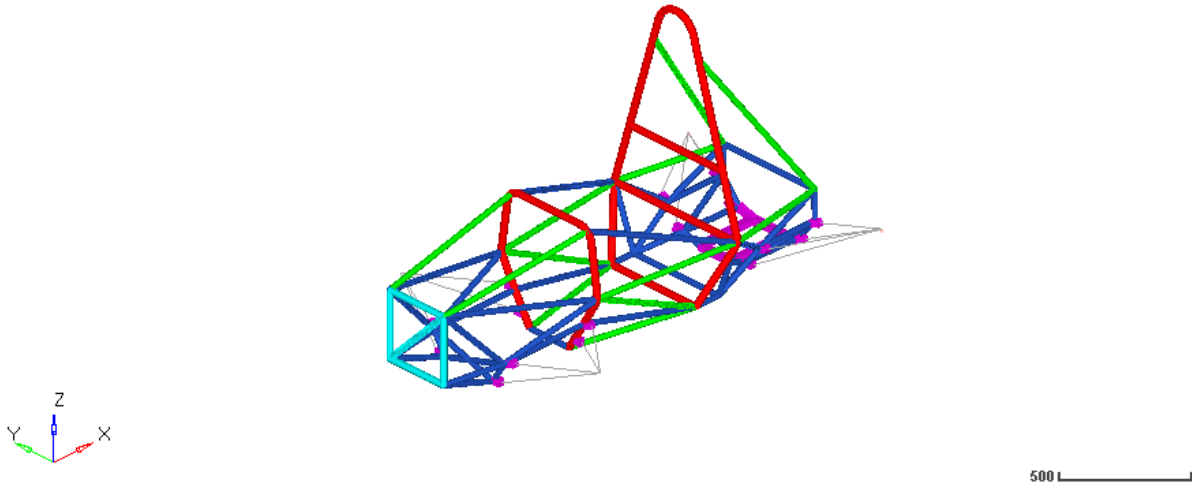


Figura 12 – Perfis de tubos utilizados na estrutura.

por regra (Tabela 2).

5.2 Análise de torção

Para estimar a rigidez à torção, a estrutura foi fixada nos pontos de suspensão traseiros enquanto um binário de forças verticais foi aplicado na dianteira. Os braços da suspensão foram simplificados por uma treliça composta por barras ligando os centros das rodas aos *hardpoints* da suspensão. Foram usados elementos rígidos para que sua deformação não fosse adicionada na medição da rigidez. Na traseira, os pontos de centro das rodas foram fixados no espaço por uma junta esférica, sem translações mas com rotações permitidas.

Nos pontos de centro das rodas dianteiras foram aplicadas forças verticais de magnitude igual e sentidos opostos de forma a gerar um binário como ilustra a Figura 13.

Uma vez calculados os deslocamentos, a rigidez à torção é obtida em função do momento gerado pelo binário de forças τ e pelo deslocamento angular do eixo dianteiro, θ . A rigidez à torção, k_b , é dada pela fórmula

$$k_b = \frac{\tau}{\theta} \quad (5.1)$$

A relação entre as forças aplicadas e momento depende da bitola na dianteira w_f e é dada por

$$\tau = Fw_f \quad (5.2)$$

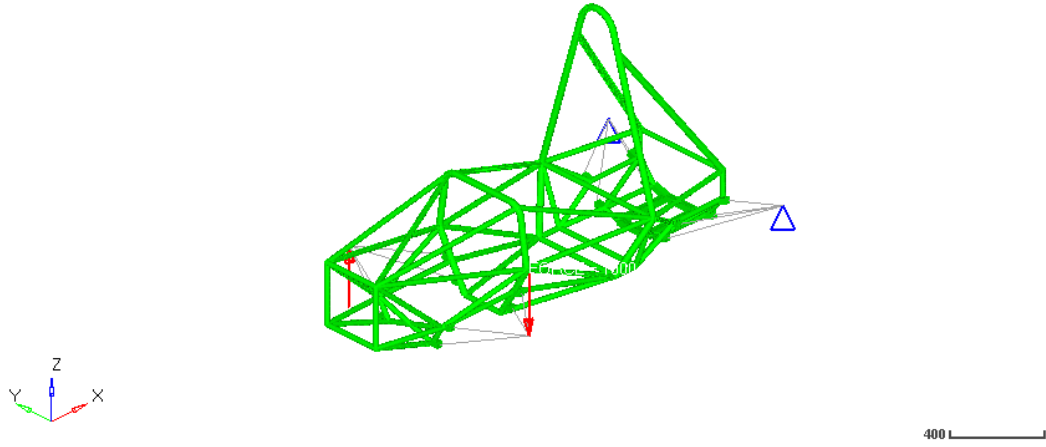


Figura 13 – Teste de rigidez torcional em MEF, condições de contorno.

Já a torção é calculada a partir dos deslocamentos verticais das extremidades da suspensão, onde as forças são aplicadas. A translação vertical dos pontos da esquerda e da direita, z_l e z_r , são traduzidos em movimento angular do eixo dianteiro pela Equação 5.3.

$$\theta = \arctan \left(\frac{\|z_l - z_r\|}{w_f} \right) \quad (5.3)$$

Logo, a rigidez torcional da estrutura é dada pela Equação 5.4.

$$k_b = \frac{F w_f}{\arctan \left(\frac{\|z_l - z_r\|}{w_f} \right)} \quad (5.4)$$

A Figura 14 mostra os deslocamentos para um binário de forças de $F = 1000$ N e uma bitola $w_f = 1074,4$ mm. Os deslocamentos verticais foram $z_l = -3,67$ mm e $z_r = 3,67$ mm. Portanto, o momento aplicado foi de $\tau = 1074,4$ Nm, o ângulo de torção foi de $\theta = 0,391$ deg e a rigidez torcional foi estimada em $k_b = 2744,5$ Nm/deg.

A rigidez de $k_b = 2744,5$ Nm/deg está acima da média de 2440 Nm/deg (KERKHOVEN, 2008). Por outro lado, a suspensão foi projetada para uma resistência à rolagem tanto na dianteira quanto na traseira de $k_r = k_f = 350$ Nm/deg, que está abaixo da média da competição. Isso leva a um fator de $K_{ratio} = \frac{K_b}{K_f} = \frac{2744,5}{350} = 7,8$ que corresponde a uma rigidez relativa de 94,0%. Esse fator está acima do adotado por Kerkhoven, que é um fator de 4 vezes, indicando que a estrutura é rígida o suficiente para não afetar significativamente a resistência à rolagem total.

Com relação ao acerto de suspensão, Deaking mostrou que para uma resistência à rolagem na faixa de 500 a 1500 Nm/deg, uma rigidez torcional de 300 a 1000 Nm/deg é suficiente para que seja possível acertar a suspensão de um fórmula SAE (DEAKIN et al.,

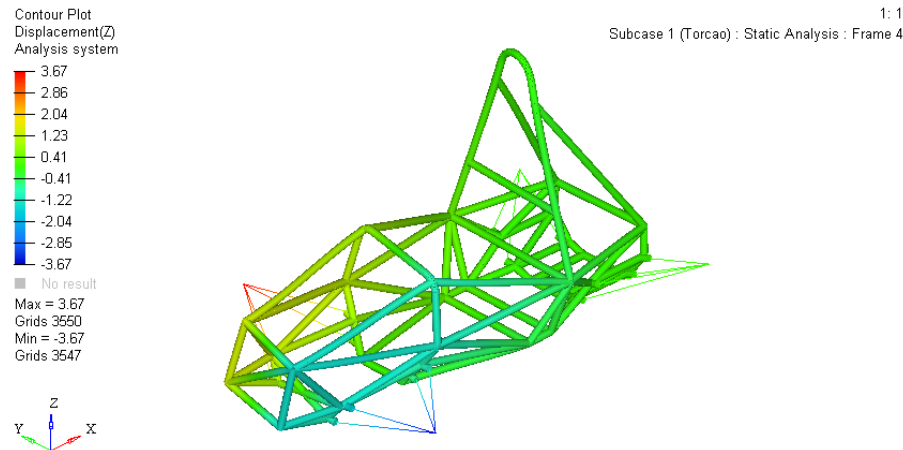


Figura 14 – Torção da estrutura, deslocamentos em Z.

2000). Ou seja, se a relação entre a resistência à rolagem na dianteira e na traseira for alterada, a relação entre as transferências de carga também acompanha essa mudança. Ou seja, a rigidez torcional calculada é suficiente para não comprometer o acerto da suspensão.

5.3 Análise modal

Essa seção mostra uma análise dos principais modos de vibrar da estrutura como um corpo livre. Essa análise também permite tirar conclusões acerca da relação rigidez versus inércia da estrutura, uma vez que a frequência natural correspondente ao primeiro modo de vibrar é proporcional a $\sqrt{\frac{k}{m}}$, onde k representa a rigidez e m a inércia. Ou seja, quanto maior for frequência natural do primeiro modo, mais alta será rigidez específica da estrutura.

5.3.1 Considerações

Considerando-se a estrutura como um corpo elástico linear e desprezando-se os amortecimentos, suas deformações podem ser descritas como uma sobreposição dos seus modos de vibrar. Além disso, pode-se obter boas aproximações dos movimentos da estrutura a partir dos seus principais modos. O objetivo da análise modal é justamente identificar quais são os modos de vibração dominantes e suas frequências correspondentes.

É importante ressaltar que os modos de corpo livre da estrutura não correspondem aos modos dela montada no carro. De fato, não é conveniente calcular os modos de vibrar da estrutura montada pois existem muitas não-linearidades que tornam esse cálculo inviável. Existem diversos motivos para isso:

- A estrutura montada não está livre, mas interagindo com o solo por meio da suspensão e pneus.

Tabela 7 – Massas significativas de um fórmula SAE

Componente	Massa [kg]
Estrutura	30-40
Piloto	49-102
Massa total	180-230

- Os modos de vibrar dependem não só da rigidez mas também das inércias. Como a Tabela 7 mostra, os demais componentes e o piloto correspondem à maior parte da massa do carro.
- Existe um amortecimento significativo no sistema devido aos amortecedores, pneus e piloto.
- O piloto está preso à estrutura por um vínculo não-holônomo. Quando o piloto se move para trás relativamente, ele pressiona o assento aplicando uma carga distribuída à estrutura, enquanto na outra direção, é o cinto de segurança que segura o piloto e aplica cargas pontuais na estrutura.

Portanto, as análises modais nessa seção foram feitas com a estrutura livre. Os modos de corpo livre mais dominantes são um bom indicador de como a estrutura pode torcer e fletir.

Nesta análise adotou-se a mesma malha utilizada na análise estática, os materiais e componentes também são os mesmos, porém as condições de contorno são diferentes. A estrutura está livre no espaço, sem deslocamentos impostos nem cargas aplicadas.

Por meio do *assembly* das matrizes globais, o modelo é descrito na forma de um sistema de equações lineares com N_{dof} graus de liberdade. O sistema possui uma matriz de rigidez $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{N_{dof} \times N_{dof}}$ e uma matriz de inércia $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{N_{dof} \times N_{dof}}$. Sendo $\vec{x}(t) \in \mathbb{R}^{N_{dof}}$ o vetor de estados do modelo, que representa os deslocamentos em cada grau de liberdade, o sistema livre e não-amortecido pode ser representado por

$$\mathbf{M}\ddot{\vec{x}}(t) + \mathbf{K}\vec{x}(t) = \mathbf{0} \quad (5.5)$$

O sistema possui N_{dof} autovalores $\omega_i^2 \in \mathbb{R}$, e seus respectivos autovetores $\phi_i \in \mathbb{R}^{N_{dof}}$ são aqueles que satisfazem

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \cdot \mathbf{M})\phi_i = \mathbf{0} \quad (5.6)$$

As frequências naturais f_i correspondentes são dadas por $f_i = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\omega_i^2}$, e os autovalores correspondem ao modo de vibrar dessa frequência. Para sistemas gerados pelo MEF, N_{dof} tende a ser muito grande e demasiadamente caro computacionalmente de se

calcular todos os modos, sendo que somente os primeiros modos são mais relevantes. Por isso, utiliza-se métodos iterativos que calculam apenas um dado número de modos.

Tais métodos encontram os modos de vibrar em ordem crescente de frequência natural. Por isso, é importante considerar que corpos livres possuem os chamados modos de corpo rígido cuja frequência natural é zero. Esses modos correspondem aos possíveis movimentos sem deformações internas. Como existem seis movimentos puros no espaço: três translações e três rotações em x , y e z , os seis primeiros modos de vibrar são de corpo rígido e correspondem a combinações lineares desses movimentos. O primeiro modo real ocorre a partir do sétimo modo de vibrar calculado.

5.3.2 Resultados

Nessa seção são mostrados os modos de vibrar de sete a doze, que correspondem aos seis primeiros modos que não de corpo rígido.

A Figura 15 mostra o sétimo modo de vibrar da estrutura que ocorre na frequência de 70,0 Hz. Pelo movimento da dianteira, e principalmente do *front hoop*, observa-se que o modo corresponde à torção ao longo do eixo longitudinal, x , com uma leve flexão da base da estrutura no plano x - y .

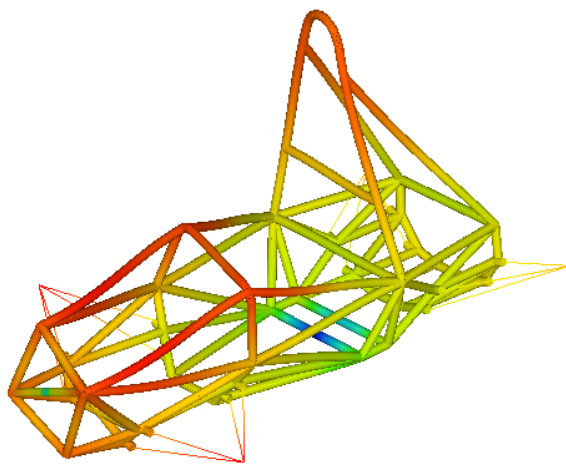


Figura 15 – Sétimo modo de vibração.

A Figura 16 mostra o oitavo modo, que representa o movimento de flexão no plano x - y ocorrendo na frequência de 104,6 Hz. Esse movimento de flexão pode ocorrer numa curva, quando há acelerações laterais puxando o piloto contra um lado do carro. Na vista superior fica evidente a ausência de tubos triangularizando o bico e o *cockpit*, o que explica esse modo ser um dos primeiros. Uma maneira de aumentar a resistência contra esse movimento é triangularizando-se tais regiões. Devido ao *packaging* da pedaleira na dianteira e da presença do piloto no *cockpit* isso não foi possível no carro de 2017.

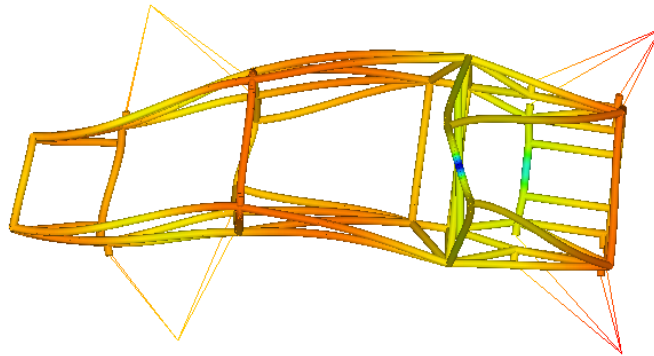


Figura 16 – Oitavo modo de vibração.

A Figura 17 mostra o nono modo de vibrar, na frequência natural 113,4 Hz. Ele corresponde ao movimento de torção no eixo vertical, z , da parte traseira da estrutura, principalmente o *main hoop* e os seus suportes. Esse modo ocorre pelo front hoop e seus suportes serem alongados e não triangularizados contra essa torção.

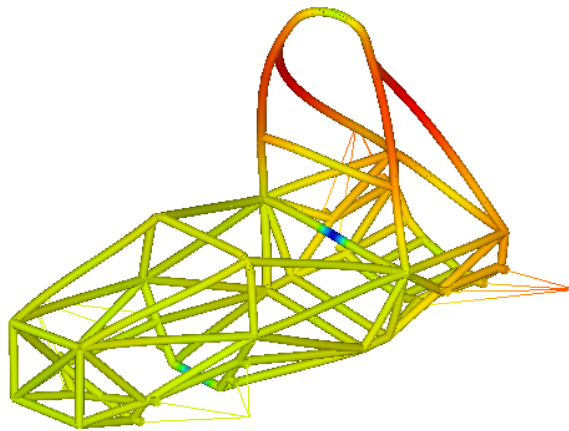


Figura 17 – Nono modo de vibração.

A Figura 18 mostra o décimo modo de vibrar, numa frequência de 121,9 Hz. Ele representa uma combinação dos movimentos de torção no eixo x e flexão no plano $x-y$, porém modos de segunda ordem.

A Figura 19 mostra que o décimo primeiro modo corresponde a uma torção do *main hoop* e seus suportes combinado ao cisalhamento da estrutura no plano $y-z$. Esse modo corresponde a uma frequência de 130,9 Hz.

O décimo segundo modo é mostrado na Figura 20. Ele apresenta uma flexão, no plano $x-z$ tanto do *main hoop* e seus suportes como do resto da estrutura. Esse modo

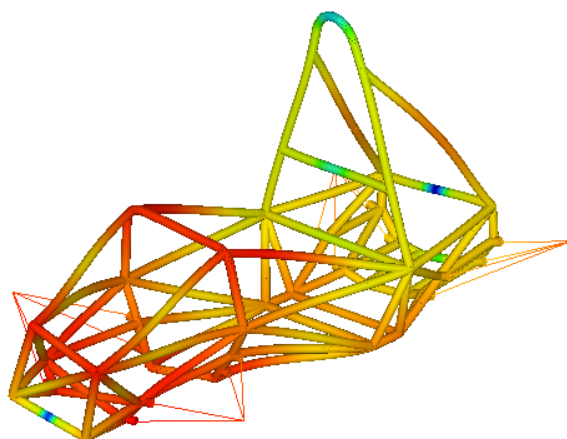


Figura 18 – Décimo modo de vibração.

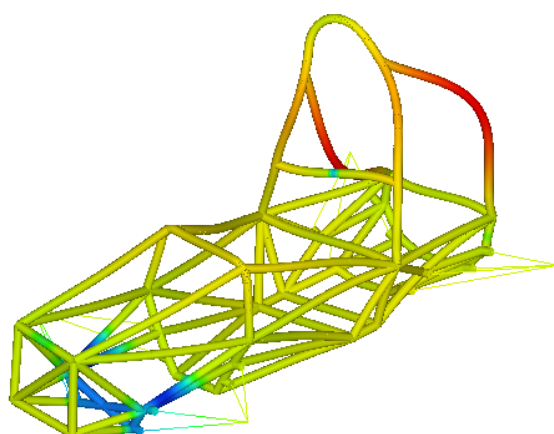


Figura 19 – Décimo primeiro modo de vibração.

corresponde a uma frequência de 133,1 Hz.

A Tabela 8 resume os seis primeiros modos de vibrar que não de corpo rígido com as correspondentes frequências naturais.

Tabela 8 – Resumo dos modos de vibrar

Modo	Descrição	Frequência
1-6	Corpo rígido	0,0 Hz
7	Torção no eixo x	70,0 Hz
8	Flexão no plano $x-y$	104,6 Hz
9	Torção do <i>main hoop</i>	113,4 Hz
10	Torção em x , flexão em $x-y$	121,9 Hz
11	Torção do <i>main hoop</i> , cisalhamento $y-z$	130,9 Hz
12	Flexão vertical em $x-z$	133,1 Hz

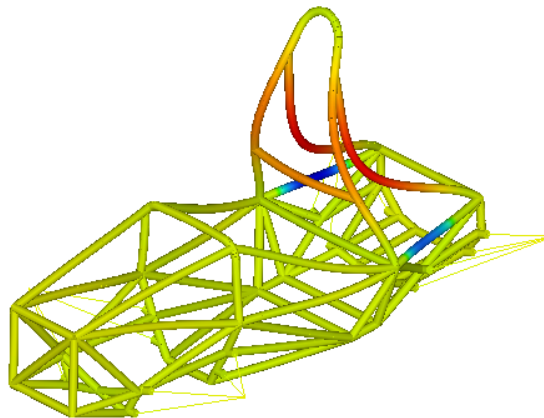
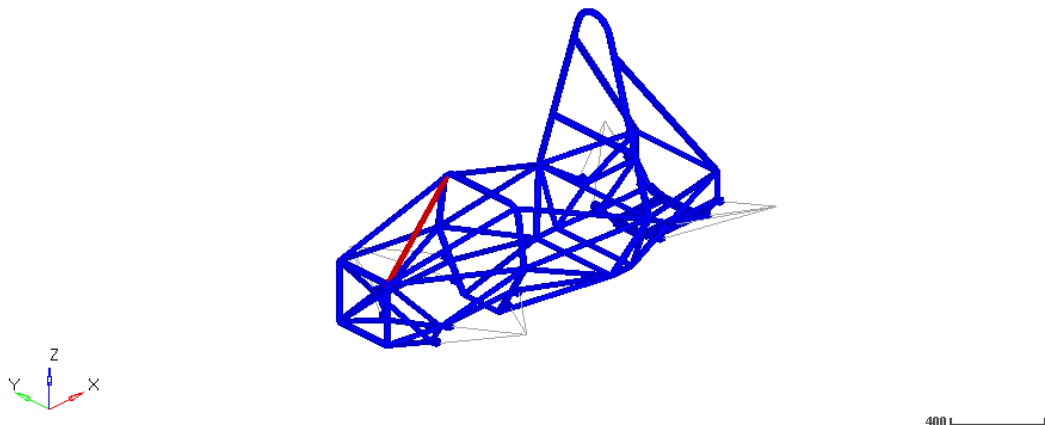


Figura 20 – Décimo segundo modo de vibração.

5.4 Triangulação do bico

Essa seção tem como objetivo ilustrar a influência que a triangulação da parte superior do bico tem na rigidez total da estrutura. A Figura 21 ilustra esse tubo que estava presente nas primeiras versões do desenho da estrutura.

Model Info: C:/Users/Jonathan Miura/Desktop/TCC/Hyper/Structure_V4_C5_with_without.hm*

Figura 21 – Tubo triangularizando o *cockpit*.

Ele foi removido após a equipe verificar que ele poderia comprometer a segurança do piloto ao dificultar a movimentação das pernas, não cumprindo a regra T4.2, referente à seção transversal interna do *cockpit*. A remoção desse tubo causa um grande impacto na rigidez do veículo. Ao removê-lo o chassi perdeu 0,6 kg, ficando 1,7% mais leve, porém teve uma perda de 29,3% de rigidez, caindo de 3880,5 Nm/deg para 2744,5 Nm/deg.

Outra maneira de observar a diminuição da relação massa-rigidez é através da mudança da frequência natural do primeiro modo de vibrar, que em ambos os casos

corresponde à torção longitudinal. Se a torção da estrutura for simplificada por uma mola de torção, k , e uma inércia de rotação, m , a frequência natural do sistema é dado por:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.7)$$

Houve uma redução de $f_{com} = 79$ Hz para $f_{sem} = 70$ Hz na frequência do primeiro modo de vibrar, indicando uma diminuição do fator $\sqrt{\frac{k}{m}}$ e consequentemente da rigidez específica $\frac{k}{m}$. De fato, pode-se comparar rigidezes específicas usando os quadrados das frequências naturais.

$$\frac{k}{m} = (2\pi f)^2 \quad (5.8)$$

Nesse caso, a variação percentual da rigidez específica é

$$\frac{(2\pi f_{sem})^2 - (2\pi f_{com})^2}{(2\pi f_{com})^2} = \frac{f_{sem}^2 - f_{com}^2}{f_{com}^2} = \frac{70^2 - 79^2}{79^2} = \frac{4900 - 6241}{6241} = -21,5\% \quad (5.9)$$

Uma diminuição de 21,5% causada pela remoção de apenas um tubo.

A Figura 22 mostra a torção com o tubo triangularizando a estrutura, a Figura 23, a torção sem esse tubo. A ausência dele permite uma movimentação maior da porção não triangularizada, como um movimento de torção entre o plano do *front bulkhead* e do *front hoop*. É justamente essa flexibilidade na parte de cima que permite os pontos de suspensão se movimentarem mais o que afeta a rigidez torcional como um todo.

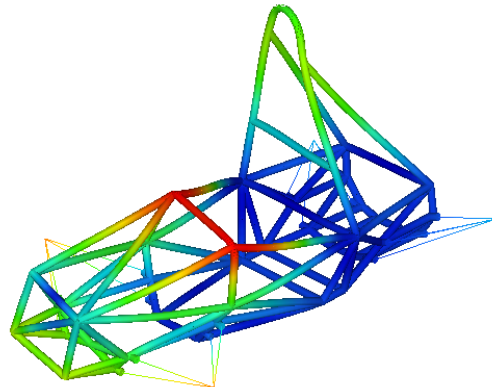


Figura 22 – Torção com tubo triangularizando o bico.

Com a perda de rigidez de 29,3%, o fator K_{ratio} passou de 11,1 para 7,8. Já a rigidez relativa passou de 95,7% para 94,0% mantendo-se acima dos 90% recomendados. Ou seja, mesmo com essa perda de rigidez a estrutura ainda é consideravelmente rígida.

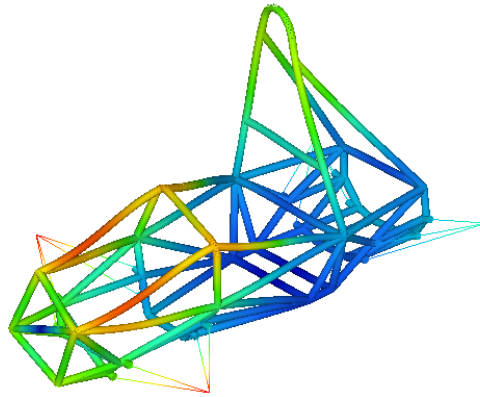


Figura 23 – Torção sem tubo triangularizando o bico.

Tabela 9 – Comparação estrutura com e sem o tubo

Propriedade		Com tubo	Sem tubo	Diferença
Massa	[kg]	36,1	35,5	-1,7%
Rigidez torcional	[N/deg]	3880,5	2744,5	-29,3%
K_{ratio}	-	11,1	7,8	-29,3%
Rigidez relativa	-	95,68%	94,01%	-1,8%
Frequência 1º modo	[Hz]	79,4	70,0	-11,8%

A Tabela 9 resume as mudanças nas propriedades da estrutura causada pela remoção do tubo.

Essa seção mostra que a triangulação da parte superior do bico é importante para uma alta rigidez da estrutura. Porém, a rigidez é alta mesmo sem ele no caso da estrutura de 2017.

6 Rigidez na dinâmica

O modelo de rigidez apresentado no Capítulo 3 utiliza o conceito de rigidez relativa como uma medida para estabelecer o valor de K_{ratio} adequado para a rigidez da estrutura. Neste Capítulo, a rigidez relativa é explorada no contexto de dinâmica. Primeiramente, são apresentados um modelo flexível, considerando a estrutura como uma mola de torção, e um modelo rígido considerando-a um corpo rígido. Suas respectivas representações em espaço de estados são deduzidas e o cálculo da diferença relativa entre eles é apresentado. Essa diferença é calculada para diferentes valores de K_{ratio} para determinar qual um valor desejado de K_{ratio} no caso dinâmico.

O modelo flexível é baseado na Figura 24. A dianteira é representada por uma inércia de rotação M_f e a traseira por M_r . A rigidez da estrutura K_b é representada por uma mola de torção conectando as duas inércias. Para representar a suspensão, duas molas de torção k_f e k_r conectam às respectivas inércias ao solo.

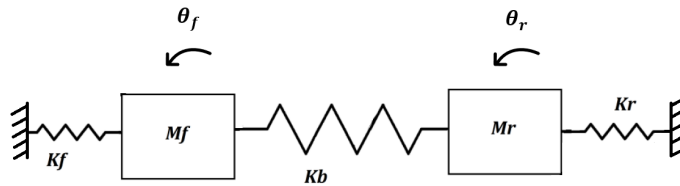


Figura 24 – Modelo massa-mola. Adaptado de (PINHEIRO, 2015).

As rigidezes da suspensão são $k_f = k_r = k_{susp} = 350 \text{ Nm/deg}$ e a rigidez da estrutura foi estimada em $k_b = 2744,5 \text{ Nm/deg}$ no Capítulo 5.

No entanto, ainda resta estimar as inércias M_f e M_r . Para se obtê-las a segunda condição imposta ao modelo é que a frequência natural do sistema sem a suspensão ($k_f = k_r = 0$) deve ser igual à frequência do sétimo modo de vibrar da estrutura calculado também no Capítulo 5. Assumindo-se por simplicidade que as inércias sejam iguais, $M = M_f = M_r$, a frequência natural do modelo massa-mola é dada por

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k_b}{M}} \quad (6.1)$$

Para uma frequência natural de 70,0 Hz do sétimo modo (primeiro modo não rígido)

e uma rigidez da estrutura de $k_b = 2744,5 \text{ Nm/deg} = 157250,0 \text{ Nm/rad}$ a inércia M é

$$M = \frac{2k_b}{(2\pi f)^2} = \frac{2 \cdot 157250}{(2\pi 70,0)^2} = 0,0287 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (6.2)$$

Daqui em diante considera-se a resistência à rolagem da suspensão $K_f = K_r = 350 \text{ Nm/deg}$. Sejam θ_f e θ_r , os respectivos deslocamentos angulares da dianteira e da traseira. O modelo flexível fica representado em espaço de estados de segunda ordem por:

$$\begin{bmatrix} M_f & 0 \\ 0 & M_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_f \\ \ddot{\theta}_r \end{bmatrix} + \mathbf{C} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_f \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_f + K_b & -K_b \\ -K_b & K_f + K_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_f \\ \theta_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (6.3)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_f \\ \theta_r \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

A matriz \mathbf{C} representa o amortecimento do sistema, que foi introduzido para torná-lo estável. Para essa matriz adotou-se o amortecimento de Rayleigh seguindo a Equação 6.5 que utiliza uma combinação linear de \mathbf{M} e \mathbf{K} .

$$\mathbf{C} = \mu \mathbf{M} + \lambda \mathbf{K} \quad (6.5)$$

O modelo rígido pode ser derivado do modelo flexível usando $K_b = \infty$. Consequentemente as inércias M_f e M_r se tornam acopladas em $M = M_f + M_r$ e os deslocamentos angulares se reduzem para um único parâmetro $\theta = \theta_f = \theta_r$. A representação em espaço de estados do modelo rígido é

$$\begin{bmatrix} M_f + M_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \end{bmatrix} + C \begin{bmatrix} \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_f + K_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} u \quad (6.6)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Com um amortecimento C dado por

$$C = \mu(M_f + M_r) + \lambda(K_f + K_r) \quad (6.8)$$

Adotando-se valores pequenos para o amortecimento, $\mu = 0$ e $\lambda = 1 \cdot 10^{-6}$ o comportamento dos dois modelos é mostrado no diagrama de Bode na Figura 25. Ambos possuem a primeira frequência natural em 17,6 Hz representando a vibração da dianteira e da traseira no mesmo sentido, ou seja, o movimento de rolamento da estrutura. O modelo flexível possui um segundo modo de vibrar em 71,6 Hz que representa a dianteira e a traseira vibrando em sentidos opostos, a torção da estrutura.

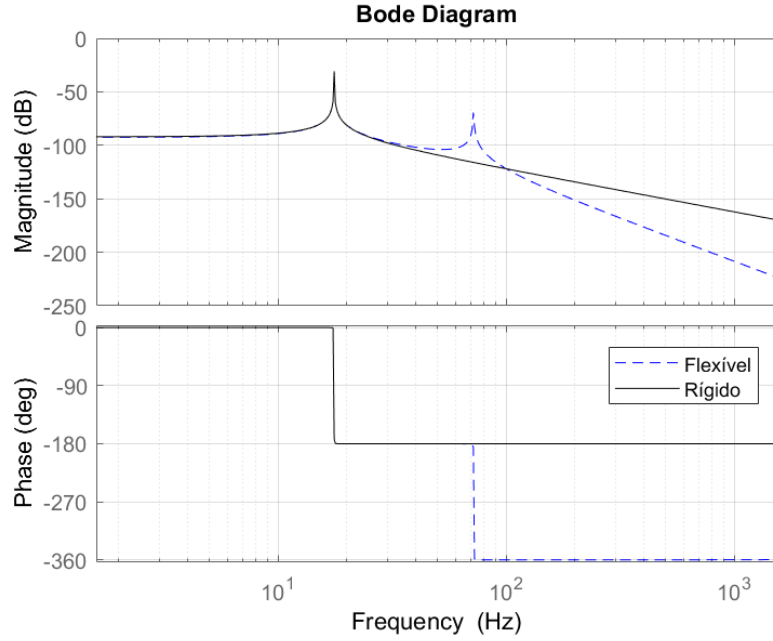


Figura 25 – Diagrama de Bode dos modelos flexível e rígido subamortecidos.

Os dois modelos podem ser comparados entre si usando a diferença de energia da saída y que eles apresentam em função da entrada u . Essa diferença é calculada utilizando-se a chamada norma \mathcal{H}_2 . Dada uma função de transferência $G(s) = y(s)/u(s)$, a norma \mathcal{H}_2 é dada pela Equação 6.9.

$$\|G\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega} \quad (6.9)$$

Sejam $G_K(s)$ e $G_\infty(s)$ as funções de transferência dos modelos flexível e rígido respectivamente, a diferença relativa ϵ entre eles é dada pela Equação 6.10, que revela uma diferença de 6% calculada numericamente via MATLAB.

$$\epsilon = \frac{\|G_\infty - G_K\|_2}{\|G_\infty\|_2} = \frac{1,763 \cdot 10^{-3}}{1,057 \cdot 10^{-2}} = 5,99\% \quad (6.10)$$

A próxima etapa é verificar como ϵ varia em função de K_{ratio} , a relação entre a rigidez torcional da estrutura e a resistência à rolagem da suspensão. A diferença foi medida variando-se o valor de k_b do modelo flexível e mantendo-se todos os outros parâmetros inalterados. A Figura 26 mostra como ϵ diminui assintoticamente para zero conforme K_{ratio} aumenta.

Aceitando-se uma diferença de 10%, o valor K_{ratio} desejado é de 4,5 pois a partir deste, ϵ é menor que 10%. Similar ao valor de $K_{ratio} = 4$ usado no caso estático para que a rigidez relativa fosse 90% do modelo rígido. Tanto no caso estático quanto no dinâmico no domínio das frequências o valor de K_{ratio} recomendado é cerca de 4.

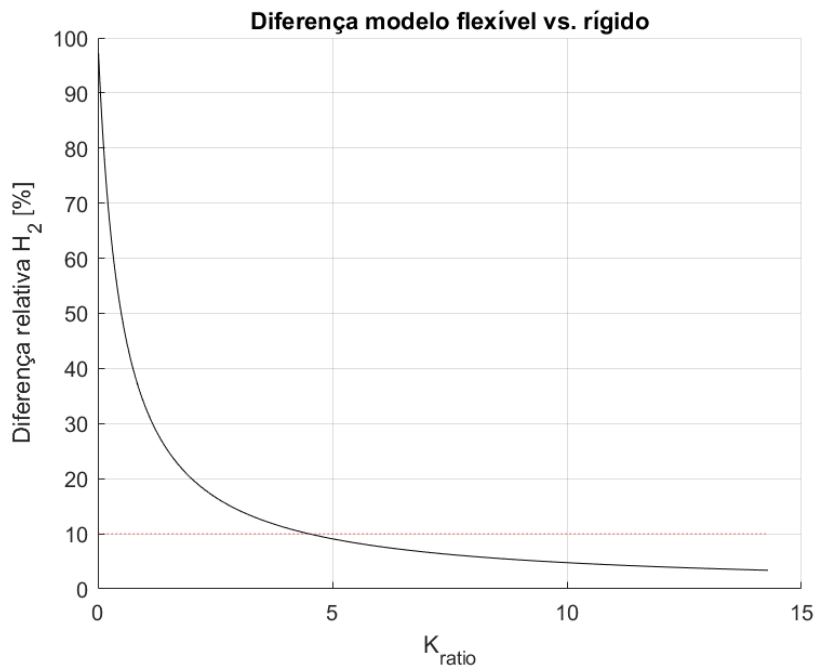


Figura 26 – Diferença relativa entre modelos flexível e rígido.

Para melhorar a qualidade do modelo, um amortecimento maior foi introduzido para representar os amortecedores. Para os coeficientes $\mu = 0$ e $\lambda = 0,018$, o comportamento se aproxima do criticamente amortecido. A Figura 27 mostra o diagrama de Bode para os modelos rígido e flexível agora amortecidos. O valor de ϵ versus K_{ratio} no entanto é praticamente igual ao da Figura 26, cruzando a marca dos 10% também em $K_{ratio} = 4,5$.

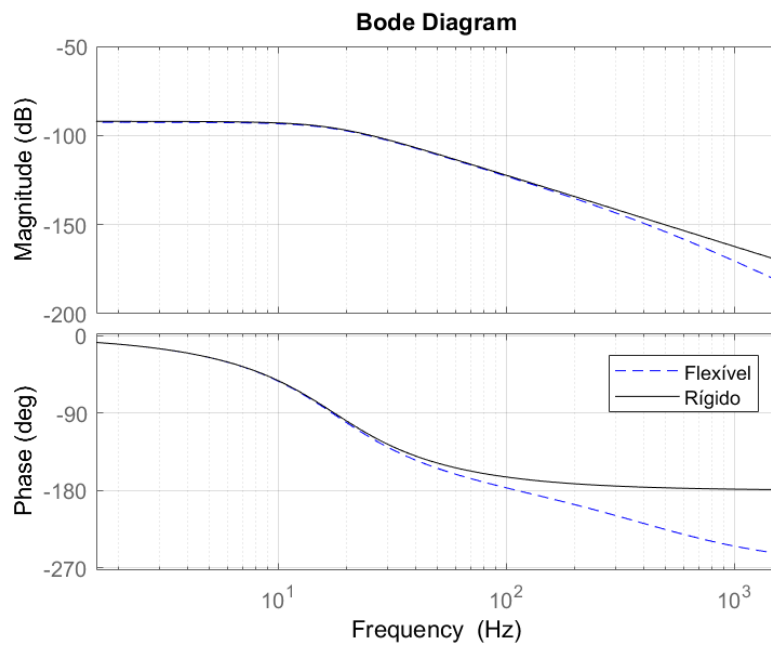


Figura 27 – Diagrama de Bode dos modelos flexível e rígido criticamente amortecidos.

7 Conclusão

Este capítulo apresenta uma breve revisão dos capítulos anteriores seguida dos principais resultados e das conclusões.

7.1 Revisão

No Capítulo 1, o campeonato de Formula SAE foi apresentado e os desafios inerentes ao projeto da estrutura foram expostos. Em particular, o conflito entre rigidez e peso que é a motivação deste trabalho. Neste mesmo capítulo, o objetivo foi explicitado assim como a metodologia foi resumidamente apresentada.

No Capítulo 2, são apresentados os diversos requisitos do projeto de um chassi de formula, assim como soluções adotadas por outras equipes. A regra da competição é exigente com a estrutura para garantir a segurança, porém requisitos também surgem de diversos lados, pois a estrutura interage com todos os outros subsistemas do carro.

O Capítulo 3 representa a revisão bibliográfica, onde os conceitos relevantes da dinâmica veicular são apresentados, assim como outros trabalhos que exploraram a influência da flexibilidade da estrutura na dinâmica veicular.

O Capítulo 4 mostra como os perfis de tubo foram escolhidos de maneira a melhorar a relação rigidez torcional versus massa. Após uma análise de sensibilidades e uma otimização por métodos de gradientes, a otimização baseada em algoritmos genéticos foi utilizada para escolher o conjunto de tubos usados. Sem alterar o formato da estrutura, mas apenas o perfil dos tubos mais relevantes, foi possível aumentar a rigidez à torção em mais de 20% adicionando-se 1,7 kg ao total.

O Capítulo 5 apresenta a análise em elementos finitos da estrutura. Primeiramente, a rigidez foi calculada simulando-se um ensaio de torção. A rigidez da estrutura é 7,8 vezes maior que resistência à rolagem da suspensão, representando 94,0% de rigidez relativa, que está acima dos 90% recomendados. A análise modal mostrou que o modo de vibrar dominante da estrutura corresponde à torção numa frequência natural é de 70,0 Hz. Por último, duas versões da estrutura foram comparadas, uma com e outra sem um tubo triangularizando a porção superior do bico. Embora esse tubo não tenha sido crucial para a estrutura de 2017, é recomendável que o projeto de futuras estruturas o incluam para aumentar a rigidez específica e permitindo a retirada de massa de outros lugares.

O Capítulo 6 explora o comportamento dinâmico do carro de acordo com diferentes valores de rigidez torcional da estrutura. Comparado com o modelo rígido a estrutura atual apresentou uma diferença relativa de 6% ao longo do espectro de acordo com a norma

\mathcal{H}_2 . Com relação ao K_{ratio} recomendado, verificou-se que para $K_{ratio} \geq 4,5$ a diferença é menor que 10%.

7.2 Simulação multicorpos

Após a análise em elementos finitos, o próximo passo seria estudar como a rigidez afeta a dinâmica veicular usando o programa de simulação multicorpos *Adams Car*. O primeiro passo foi partir do modelo utilizado pela equipe para projetar a suspensão. Esse modelo parte da premissa de que a estrutura se comporta como um corpo rígido. No entanto, é necessário validar essa premissa, ou seja, mostrar que a estrutura é rígida o suficiente para que suas deformações possam ser desprezadas. A literatura oferece valores de base para a rigidez torcional, porém seria interessante poder validar tais valores usando simulações multicorpos.

Numa primeira abordagem, buscou-se exportar o modelo em elementos finitos criado no Hypermesh para o Adams, de maneira que a presença dos modos de vibrar da estrutura seriam visíveis na dinâmica. Isso não foi possível por questões de compatibilidade de formatos. Ou seja o modelo teria de ser recriado no programa *Adams* usando elementos do tipo *shell*, partindo da geometria no formato *step*.

Uma segunda abordagem, foi simplificar o modelo da estrutura para um sistema massa-mola, similar ao que foi feito por (DEAKIN et al., 2000). Nesse caso a rigidez torcional da estrutura é representada por uma mola de torção e a inércia do chassi é representada por uma massa dianteira e uma traseira como feito no Capítulo 6. Dessa maneira, os modos de vibrar diferentes da torção são perdidos na análise. Por outro lado, uma vantagem dessa simplificação é que o coeficiente da mola pode ser alterado para estudar a sensibilidade do carro à rigidez da estrutura e então estimar um valor de K_{ratio} desejável.

Essa abordagem também não foi possível no *Adams Car* devido a problemas durante a simulação que faziam o carro se comportar de maneira imprevisível e, portanto, não fornecendo valores confiáveis. Não foi possível determinar a causa desse problema a tempo.

No lugar desta análise o Capítulo 6 abordou o problema dinâmico de outra maneira, simplificando o modelo em molas e inércias de rotação. Essa abordagem permitiu reproduzir o primeiro modo de vibração livre da estrutura e assim obter um modelo simplificado do comportamento do carro no domínio da frequência. Com isso verificou-se um valor desejado para K_{ratio} .

Porém esse modelo ainda pode se tornar mais completo. Uma primeira melhoria seria substituir o sistema massa-mola que representa o chassi por um modelo reduzido a

partir das matrizes de inércia e rigidez obtidas com o MEF. Esse modelo preservaria os principais modos de vibrar da estrutura gerando uma resposta do diagrama de Bode mais realista. A limitação dessa abordagem é a dificuldade em se encontrar as matrizes \mathbf{K} e \mathbf{M} convenientes. As da estrutura livre não servem, pois possuem posto baixo e representam um sistema indeterminado. As matrizes do teste de torção também não servem pois a saída é o deslocamento da traseira que não pode estar fixada. Nesse caso, o mais apropriado seria refazer o modelo incluindo a suspensão no ambiente de elementos finitos, porém isso aumenta bastante a complexidade do modelo.

Outra melhoria possível é a inclusão dos amortecedores ao modelo. A matriz de amortecimento, \mathbf{C} levaria em conta os amortecedores da dianteira e da traseira, C_f e C_r , assim como o amortecimento da estrutura C_b . A dificuldade desse modelo seria estabelecer o valor do amortecimento da estrutura. Considerando-a um corpo elástico, poder-se-ia desprezar C_b , mas haveria diferenças muito grandes entre o modelo rígido e o flexível. Na realidade, existe um amortecimento considerável na estrutura quando se considera que o piloto e os demais componentes fixados na estrutura absorvem a energia de vibração, mas é difícil quantificar esse valor.

7.3 Conclusões

Sobre a rigidez ideal

O projeto de estruturas para veículos de formula SAE é desafiador devido à grande quantidade de requisitos a serem cumpridos. Para a dinâmica veicular é desejável que a estrutura seja a mais rígida o possível, porém há diversos fatores que prejudicam a rigidez. A conclusão mais importante desse trabalho é que não há um valor fixo para a rigidez torcional ideal. De fato, ao invés de se usar um valor absoluto, faz mais sentido compará-la com a resistência à rolagem da suspensão, usando o fator K_{ratio} e a rigidez relativa.

Foi demonstrado no Capítulo 3 que quando a rigidez da estrutura é quatro vezes maior que a resistência à rolagem da suspensão ($K_{ratio} = 4$) a rigidez relativa é de 90%. Para fatores maiores que 4, a rigidez relativa se aproxima assintoticamente de 100% representando ganhos marginais de desempenho, não compensando reforços extras pois eles só estariam adicionando massa ao carro.

Por outro lado, se $K_{ratio} \gg 4$, pode-se considerar que a estrutura tem excesso de peso. Ou seja, é possível remover massa da estrutura, perdendo parte da rigidez mas ainda mantendo-a acima dos 90% relativos.

Como a resistência à rolagem de 2017 é de 350 Nm/deg, a rigidez torcional recomendada por esse modelo seria de $k = 4 \cdot 350 = 1400$ Nm/deg. No entanto, a rigidez calculada no Capítulo 5 foi de 2744,5 Nm/deg, correspondendo a um fator de 7,8. Ou

seja, por essa análise pode-se concluir que a rigidez da estrutura é suficiente e excede o recomendável. Portanto, seria possível remover material da estrutura perdendo um pouco de rigidez, mas sem prejudicar a dinâmica veicular.

No Capítulo 6 mostrou-se que para $K_{ratio} \geq 4,5$ a diferença de energia entre a resposta do modelo rígido e do modelo flexível no domínio da frequência é menor do que 10%, acima disso ela diminui assintoticamente para zero. No caso da estrutura de 2017 a diferença foi de 6%.

Por fim, o exemplo dado na Seção 5.4 mostrou como só analisar a rigidez absoluta pode levar a conclusões precipitadas. A remoção de um tubo diminuiu a rigidez torcional em quase 29,3%, o que parecia bastante comprometedor. Porém em termos de rigidez relativa, a perda foi de apenas 1,8%, caindo de 95,7% para 94,0%, indicando que essa diferença na verdade seria bem menos crítica para a dinâmica veicular.

Sobre a escolha dos tubos

O Capítulo 4 mostrou um procedimento para melhorar a relação rigidez-massa somente pela modificação dos perfis de tubos, sem alterar suas disposições no espaço nem testar novas configurações.

A medição de sensibilidades se mostrou simples e revela quais os tubos mais importantes para rigidez, mas não como eles devem ser reforçados. A otimização com gradientes é capaz de escolher quanto reforçar cada tubo, mas os resultados levam a tubos que não disponíveis no mercado ou a perfis diferentes para cada tubo.

Por fim, o algoritmo genético mostrou-se o mais útil para escolher os tubos. Embora a rigidez final não fosse tão alta quanto a do algoritmo de gradientes, a estrutura otimizada resultante é composta por tubos disponíveis e com um número limitado de perfis diferentes. O algoritmo genético permitiu um aumento de mais de 20% da rigidez ao custo de um acréscimo de somente 6% na massa.

Do lado negativo, a escolha do número máximo de perfis foi arbitrária e poderia ter sido melhor explorada, usando uma função diferente para precificar o custo de usar um determinado número de perfis diferentes. Outra desvantagem foi o processo de escrever a geometria da estrutura manualmente, que se mostrou pouco produtivo, porque qualquer modificação da estrutura precisava que o *script* fosse ajustado.

Nesse trabalho, a otimização da estrutura não seria essencial para o projeto, pois mesmo a versão com tubos padrão de regra tinha rigidez maior que os 1400 Nm/deg recomendados. Mesmo assim, foi interessante explorar o tópico para se obter um melhor entendimento de quais tubos da estrutura são mais importantes para a rigidez. Futuros projetos poderão utilizar esses métodos para obter estruturas com menos tubos, mais leves e ao mesmo tempo suficientemente rígidas.

Referências

ABOUT Formula SAE Series. SAE International. Disponível em: <<http://students.sae.org/cds/formulaseries/about/>>. Citado na página 15.

DEAKIN, A. et al. The effect of chassis stiffness on race car handling balance. In: *SAE Technical Paper*. SAE International, 2000. p. 9. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.4271/2000-01-3554>>. Citado 3 vezes nas páginas 28, 48 e 62.

FORMULA SAE Rules 2017-18. SAE International, 2016. 175 p. Disponível em: <<http://www.fsaeonline.com/content/2017-18FSAERules9.2.16a.pdf>>. Citado 4 vezes nas páginas 7, 15, 19 e 22.

KERKHOVEN, J. D. G. van. *Design of a Formula Student race car chassis*. Dissertação (Mestrado) — Technical University Eindhoven, 2008. Disponível em: <<http://www.mate.tue.nl/mate/pdfs/10019.pdf>>. Citado 6 vezes nas páginas 7, 25, 28, 29, 30 e 47.

PINHEIRO, H. de C. *Análise Computacional da Influência da Rigidez da Estrutura na Dinâmica de Veículos Comerciais Leves*. 130 p. — Universidade de São Paulo, 2015. Citado 3 vezes nas páginas 7, 28 e 57.

RILEY, W. B.; GEORGE, A. R. *Design, analysis and testing of a formula SAE car chassis*. [S.l.], 2002. Citado na página 30.

SOO, A. M. *Design, manufacturing, and verification of a steel tube spaceframe chassis for Formula SAE*. Dissertação (B.S. Thesis) — Massachusetts Institute of Technology, 2008. Citado na página 30.

SOUZA, A. C. Macedo de. *Projeto de Estrutura para Veículo Fórmula SAE*. 55 p. — Universidade de São Paulo, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 20.

Apêndices

APÊNDICE A – Códigos MATLAB

```

function [Model] = load_model(Lel,varargin)
%% Creates model in FEM without diameters specified

%% Load Mnodes, Melements and components
LR = [1 -1 1]; % Mirroring vector
if isempty(varargin)
    Structure_V8;
else
    eval(varargin{1});
end

%% Mesh model
Model = mesh_model(Mnodes,iMel2iMnd,iMel2type,Lel);

iel2iMel = Model.iel2iMel;
Nel      = Model.Nel;
NMel     = Model.NMel;
iel2ind  = Model.iel2ind;

%% Generate iel2icomponent, iel2geom, iel2mat, iel2type
Ncomponent = length(icomponent2iMel);

iMel2icomponent = zeros(1,Ncomponent);
for icomponent=1:Ncomponent
    iMel2icomponent(icomponent2iMel{icomponent})=icomponent;
end

iMel2geom = zeros(1,NMel);
for iMel = 1:NMel
    iMel2geom(iMel) = icomponent2geom(iMel2icomponent(iMel));
end

iel2icomponent = zeros(1,Nel);
iel2geom = zeros(1,Nel);
iel2mat = zeros(1,Nel);
iel2type = zeros(1,Nel);
for iel = 1:Nel
    iMel = iel2iMel(iel);
    iel2icomponent(iel) = iMel2icomponent(iMel);
    iel2geom(iel) = icomponent2geom(iel2icomponent(iel));
    iel2mat(iel) = icomponent2mat(iel2icomponent(iel));
    iel2type(iel) = iMel2type(iMel);
end

%% Get active nodes and dofs
% N_element = size(element2node,1);
nodes_active = unique(iel2ind(:,[1 2]));

%% output
Model.geom = geom;
Model.iel2geom = iel2geom;

```

```

function [Model_assembled] = assemble_model(Model,x)
%% Load data from Model
Ndof = Model.Ndof;
Nel   = Model.Nel;
mat   = Model.mat;
geom  = Model.geom;

%% Compute component geometries
component_geom = [];
for icomponent = 1:Model.Ncomponent
    geom_id     = Model.icomponent2geom(icomponent);

    shape = Model.geom{geom_id}.shape;
    switch shape
        case 1
            D0      = Model.geom{geom_id}.D0;
            t0      = Model.geom{geom_id}.t0;
            tmin    = Model.geom{geom_id}.tmin;
            D       = D0 + x(1,icomponent);
            t       = (D-sqrt(D^2-4*D0*t0+4*t0^2))/2;
            t(t<tmin)=tmin;
            t       = t+x(2,icomponent);
            D_in    = D-2*t;
            A       = pi*(D^2-D_in^2)/4;
            I_y     = pi*(D^4-D_in^4)/64;
            I_z     = I_y;
            J_x     = 2*I_y;
        case 2
            D0      = Model.geom{geom_id}.D0;
            t0      = Model.geom{geom_id}.t0;
            D       = D0 + x(1,icomponent);
            t       = t0+x(2,icomponent);
            D_in    = D-2*t;
            A       = D^2-D_in^2;
            I_y     = (D^4-D_in^4)/12;
            I_z     = I_y;
            J_x     = 2.25*(D^4-D_in^4)/16;
    end
    component_geom{icomponent}.A = A;
    component_geom{icomponent}.J_x = J_x;
    component_geom{icomponent}.I_y = I_y;
    component_geom{icomponent}.I_z = I_z;
end

%% Assemble M, K, m and CG
K = sparse(Ndof,Ndof);
M = sparse(Ndof,Ndof);
m = 0;
CGm = [0 0 0];

for iel = 1:Nel
    icomponent = Model.iel2icomponent(iel);
    geom_id    = Model.iel2geom(iel);

```

```

function [Kel,Mel,mel,CGel] =
elementMatrix(node1,node2,node3,mat,component_geom,type)
%% Geometry
A = component_geom.A;
J_x = component_geom.J_x;
I_y = component_geom.I_y;
I_z = component_geom.I_z;
L = norm(node1-node2);

if L==0
    error('Zero length element!');
end

%% Material
E = mat.E;
G = mat.G;
rho = mat.rho;

%% Build matrices
Kel = zeros(12,12);
Mel = zeros(12,12);
ix = [1 7];
Kx = [1 -1;-1 1];
Mx = [2 1;1 2];
Kel(ix,ix) = E*A/L*Kx;
Mel(ix,ix) = rho*A*L/6*Mx;
if type==1
    jx = [4 10];
    iy = [3 5 9 11];
    iz = [2 6 8 12];
    Ky = [12 -6*L -12 -6*L;
          -6*L 4*L^2 6*L 2*L^2;
          -12 6*L 12 6*L;
          -6*L 2*L^2 6*L 4*L^2];
    Kz = [12 6*L -12 6*L;
          6*L 4*L^2 -6*L 2*L^2;
          -12 -6*L 12 -6*L;
          6*L 2*L^2 -6*L 4*L^2];
    My = [156 -22*L 54 13*L;
          -22*L 4*L^2 -13*L -3*L^2;
          54 -13*L 156 22*L;
          13*L -3*L^2 22*L 4*L^2];
    Mz = [156 22*L 54 -13*L;
          22*L 4*L^2 13*L -3*L^2;
          54 13*L 156 -22*L;
          -13*L -3*L^2 -22*L 4*L^2];
    Kel(jx,jx) = G*J_x/L*Kx;
    Kel(iy,iy) = E*I_y/L^3*Ky;
    Kel(iz,iz) = E*I_z/L^3*Kz;
    Mel(jx,jx) = rho*L*(I_y+I_z)/6*Mx;
    Mel(iy,iy) = rho*A*L/420*My;
    Mel(iz,iz) = rho*A*L/420*Mz;
end

```

```

function [Model] = mesh_model(Mnodes,iMel2iMnd,iMel2type,Lel)
% Start matrices
nodes = [];
iel2ind = [];

NMel = size(iMel2iMnd,1);
NMnd = size(Mnodes,1);
Mnode_included = false(1,NMnd);
iMnd2ind = zeros(1,NMnd);
iel2iMel = [];

% For each Main element
for iMel = 1:NMel
    % get main nodes
    iMnd1 = iMel2iMnd(iMel,1);
    iMnd2 = iMel2iMnd(iMel,2);
    Mnd1 = Mnodes(iMnd1,:);
    Mnd2 = Mnodes(iMnd2,:);

    flag_included_Mnd1 = false;
    % include main node 1 if not yet included
    if ~Mnode_included(iMnd1)
        nodes = [nodes;Mnd1];
        Mnode_included(iMnd1) = true;
        iMnd2ind(iMnd1) = size(nodes,1);
        flag_included_Mnd1 = true;
    end

    % Compute number of elements for discretization
    if iMel2type(iMel)==1
        L = norm(Mnd1-Mnd2);
        N = floor(L/Lel);
        if N>=1
            x = (1:N)/(N+1);
            subnodes = (1-x)'.*Mnd1+x'.*Mnd2;
            nodes = [nodes;subnodes];
        end
    else
        N=0;
    end

    % include main node 1 if not yet included
    if ~Mnode_included(iMnd2)
        nodes = [nodes;Mnd2];
        Mnode_included(iMnd2) = true;
        iMnd2ind(iMnd2) = size(nodes,1);
    end

    % build iel2ind
    max_ind = max(max(iel2ind));
    if isempty(max_ind), max_ind = 0; end
    if flag_included_Mnd1
        subiel2ind = [1:(N+1);2:(N+2)]'+max_ind;

```

```

function [Model_solved] = solve_load_case(Model,lc)

%% Matrices and parameters from model
K = Model.K;
M = Model.M;
Ndof = Model.Ndof;
loadcase = Model.loadcase{lc};

%% Fixed nodes
% Constrained dofs
Mnodes_fixed = loadcase.Mnodes_fixed;
Mnodes_disp = loadcase.Mnodes_disp;
nodes_fixed = Model.iMnd2ind(Mnodes_fixed(:,1));
dof_fix = [];
dof_fix_disp = [];
for i = 1:size(Mnodes_fixed,1)
    ind = nodes_fixed(i);
    idofs = Mnodes_fixed(i,2:end)==1;
    dof_fix = [dof_fix Model.ind2dof(ind,idofs)];
    dof_fix_disp = [dof_fix_disp;Mnodes_disp(i,idofs)'];
end
% Underdetermined dofs
dof_ud = find(sum(abs(K))==0);
dof_fix = [dof_fix dof_ud];
dof_fix_disp = [dof_fix_disp;zeros(length(dof_ud),1)];

Ndof_fix = length(dof_fix);
Ndof_rem = Ndof-Ndof_fix;
dof_rem = setdiff([1:Ndof],dof_fix);
K12 = K(:,dof_fix);
K = K(dof_rem,dof_rem);
M = M(dof_rem,dof_rem);

%% Forces
Mnodes_loads = loadcase.Mnodes_loads;
Nforces = size(Mnodes_loads,1);
nodes_loads = Model.iMnd2ind(Mnodes_loads(:,1));
B = zeros(Model.Ndof,1);
for i = 1:Nforces
    ind = nodes_loads(i);
    B(Model.ind2dof(ind,:)) = Mnodes_loads(i,2:7);
end
Mnodes_disp = loadcase.Mnodes_disp;

B = B-K12*dof_fix_disp;
B = B(dof_rem);

dof_disp = K\B;

kt = 1/(B'*dof_disp);
kt = kt/1000*pi/180;%Nm/deg

```